Activité de transition Première-Terminale #1.
Les fonctions homographiques.

On appelle *fonction homographique* une fonction définie par une expression de la forme :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

où a, b, c et d sont quatre constantes réelles telles que $ad - bc \neq 0$. On posera $\delta = ad - bc$.

1 Quelques généralités.

a) Donner l'ensemble de définition de f, noté $\mathcal{D}_f$.

b) Justifier que la fonction inverse est un cas particulier de fonction homographique.

c) Justifier que les fonctions affines non constantes sont des cas particuliers de fonctions homographiques.

2 Étude de la dérivée.

a) Montrer que f est dérivable sur $\mathcal{D}_f$, et que sa dérivée est donnée pour tout $x \in \mathcal{D}_f$ par :

$$f'(x) = \frac{\delta}{(cx+d)^2}$$

b) Discuter, suivant le signe de δ, du sens de variations de f sur $\mathcal{D}_f$.