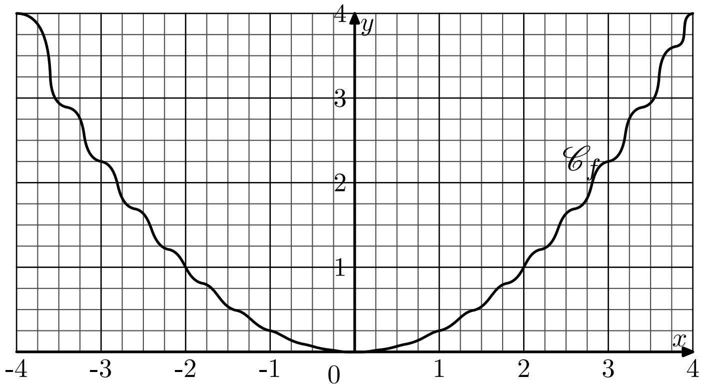
Seconde - Chapitre 17

E.1 Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Décrire les variations de la fonction f sur l'intervalle $\left[-4\,;4\right]$.

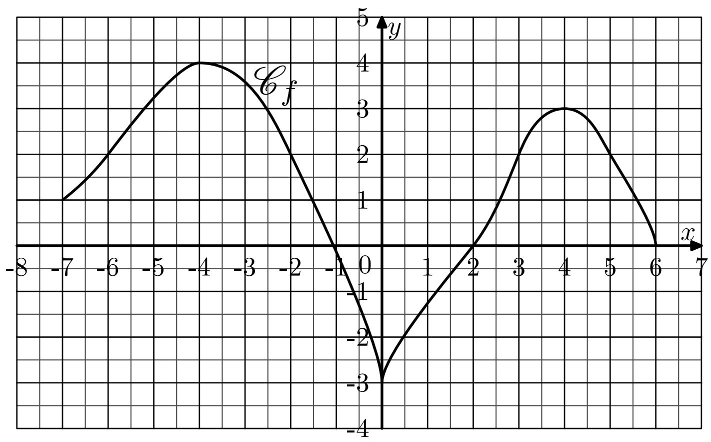
E.2

Indication : ces questions seront traitées avec l'usage de la calculatrice.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :
   $f(x) = 2x+1$
   Décrire les variations de la fonction f.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par la relation :
   $g(x) = \dfrac{1}{x}$
   Décrire les variations de la fonction g.
3. Soit h la fonction définie sur $\left[-\pi\,;\pi\right]$ par la relation :
   $h(x) = \cos(x)$
   Décrire les variations de la fonction h.

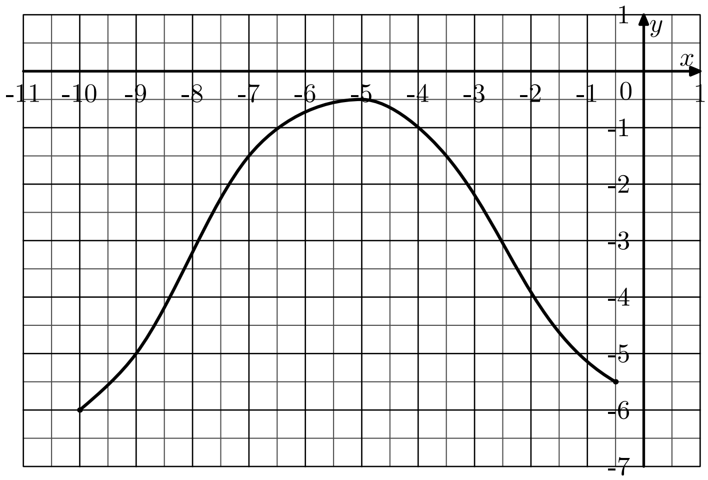
Indication : placer la calculatrice en mode radian.

E.3 La représentation graphique de la fonction f est donnée dans le repère ci-dessous :



1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
2. a. Quelles sont les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$?
   b. En déduire la valeur maximale prise par la fonction f sur son intervalle de définition.
3. Donner la valeur minimale prise par la fonction f et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.

E.4 On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



(1) (a) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

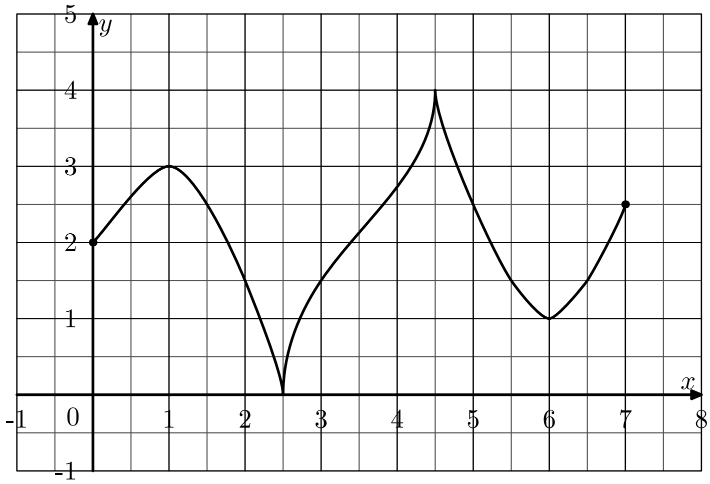
(b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

(2) (a) Donner les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$.

(b) Quelle est la valeur maximale atteinte par la fonction f?

(3) Donner le minimum de la fonction f sur l'intervalle $\left[-10\,;-5\right]$ et la valeur de x pour laquelle ce minimum est atteint.

E.5 Voici la représentation graphique d'une fonction f.



(1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f?

(2) Donner le tableau de variations de la fonction f?

(3) Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $\left[0\,;\dfrac{5}{2}\right]$?

(4) Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition?

(5) Quel est le minimum de f sur $[0\,;\,7]$?

E.6 Le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est représenté ci-dessous :

x	-∞	-2	0	1	$+\infty$
Variation de f	5 ↘	3 ↗	7 ↘	-4 ↗	3

Pour chacune des affirmations, dire si elles sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant à chaque fois votre réponse :

(a) 3 admet le nombre -2 comme antécédent.

(b) $f(1) > f(-1)$.

(c) $f(2)$ est un nombre positif.

(d) Le minimum de la fonction f est -4.

(e) Pour $x \in]-\infty\,;0]$, on a : $f(x) \geqslant 0$

(f) Le nombre 4 admet un unique antécédent.

E.7 On considère une fonction f dont le tableau de variation est donnée ci-dessous :

x	-5		1		3		7
Variation de f	3	↘	-1	→	-1	↗	2 ‖

Compléter les phrases suivantes :

- l'ensemble de définition de la fonction f est $\mathcal{D}_f = ...$
- la fonction f est strictement croissante sur ......
- la fonction f est strictement décroissante sur ......
- la fonction f est ...... sur l'intervalle $[1\,;3]$
- Le nombre ...... n'admet pas d'image par f.

E.8 Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de quatre fonctions f, g, h, j.

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

(a)

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-3	↗	2	↘	1

(b)

x	-4		-3		1		2
Variation de g	-1	↘	-2	↗	3	↘	1

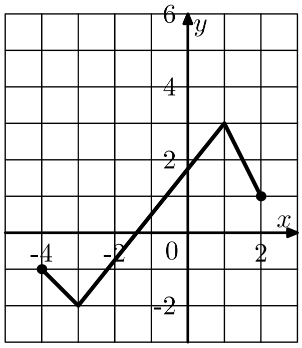
(c)

x	-4		-3		1		2
Variation de h	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

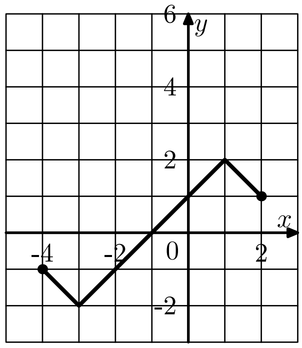
(d)

x	-4		-2		1		2
Variation de j	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

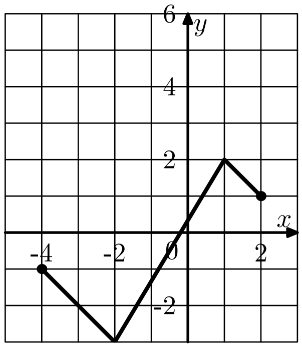
(1)



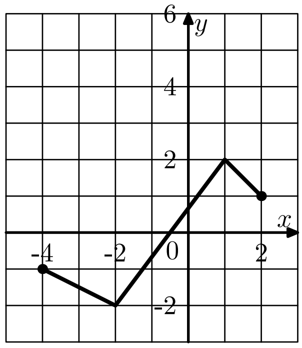
(2)



(3)



(4)



E.9 Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h.

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-3	↗	1	→	1

b

x	-4		-2		1		2
Variation de f	0	↗	2	↘	1	↗	3

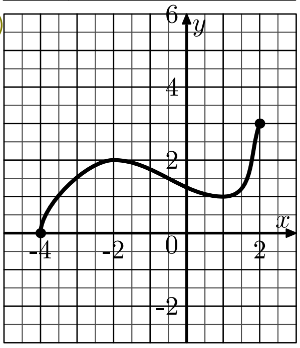
c

x	-4		-2		0		2
Variation de f	3	↘	-2	↗	-1	↗	1

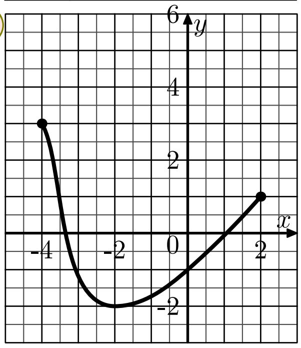
d

x	-4		-1		0		2
Variation de f	3	↘	-2	↗	-1	↗	1

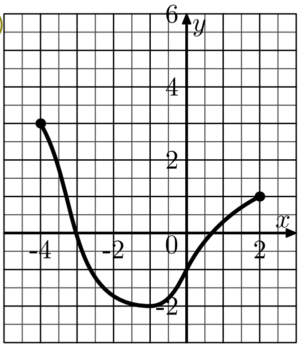
1



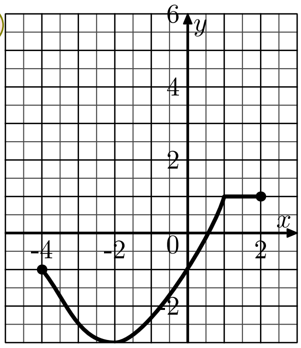
2



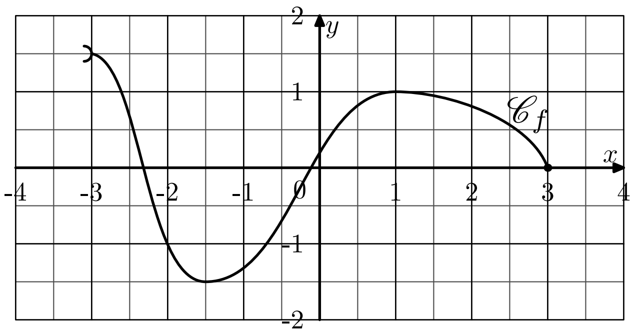
3



4

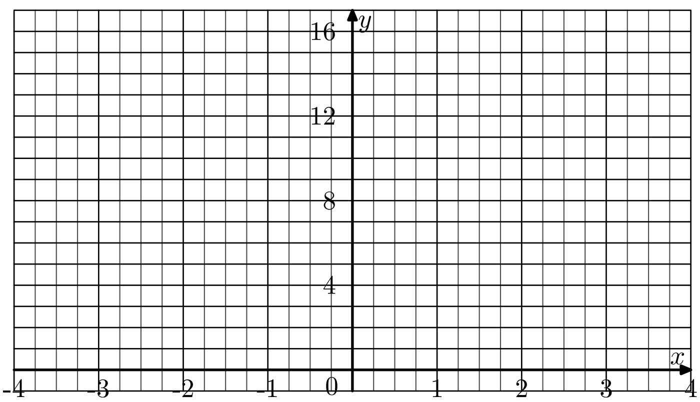


E.10 Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f.

E.11 On munit le plan du repère orthogonal représenté ci-dessous :



Dans ce repère, tracer les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de deux fonctions f et g distinctes, mais admettant le tableau de variations suivant :

x	-4		0		4
Variation de f et de g	16	↘	0	↗	16

E.12 On considère la fonction f définie sur $[-3\,;5]$ qui admet le tableau de variations ci-dessous :

x	-3		0		3		5
Variation de f	5	↘	1	↗	2	↘	-3

Réaliser les comparaisons des couples de nombres ci-dessous :

(a) $f(0)$ et $f(1)$ (b) $f(4)$ et $f(5)$

(c) $f(-2)$ et $f(-1)$ (d) $f(1)$ et $f(2)$

E.13 On considère une fonction f définie sur $[-5\,;6]$ et qui admet le tableau de variations ci-dessous :

x	-5		-2		0		2		6
Variation de f	3	↗	5	↘	-4	↗	1	↘	-2

Comparer les nombres ci-dessous :

(a) $f(-3)$ et $f(-4)$ (b) $f(3)$ et $f(4)$

(c) $f(-4)$ et $f(4)$ (d) $f(-2)$ et $f(1)$

E.14 On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-12		-5		$-\frac{9}{2}$		-1		0		3		6		$\sqrt{50}$
Variation de f	5	↘	-2	↗	2	↗	6	↘	3	↘	-5	↗	-3	↗	0

Réaliser, si possible, la comparaison des nombres suivants :

(a) $f(-3)$ et $f(-2)$ (b) $f(1)$ et $f(2)$ (c) $f(-5)$ et $f(3)$

(d) $f(6)$ et f(-4) (e) f(-4,75) et $f(7)$ (f) f(-10) et f(-3)

(g) $f(-6)$ et $f(4)$ (h) $f(7)$ et $f(-2)$

E.15 On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-8	-4	$-\frac{5}{2}$	0	1	5	$\frac{17}{2}$	10	12	15
Variation de f	2	5	0	-3	0	5	7	5	0	-2

① Parmi les tableaux ci-dessous, indiquer le tableau de signe de la fonction f :

ⓐ

x	-8		-4		0		$\frac{17}{2}$		15
$f(x)$		$+$	5	$-$	-3	$+$	7	$-$	

ⓑ

x	-8		$-\frac{5}{2}$		1		12		15
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

ⓒ

x	-8		0		15
$f(x)$		$-$	0	$+$	

② Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.

E.16 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ admettant le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Répondre aux affirmations suivantes par "*vrai*", "*faux*" ou "*on ne peut pas savoir*" :

① $f(2)=6$.

② L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions.

③ La fonction f est une fonction affine.

④ Le point $A(0\,;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

⑤ Si $f(1)=-4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

E.17 Nous allons étudier la fonction inverse f définie par :

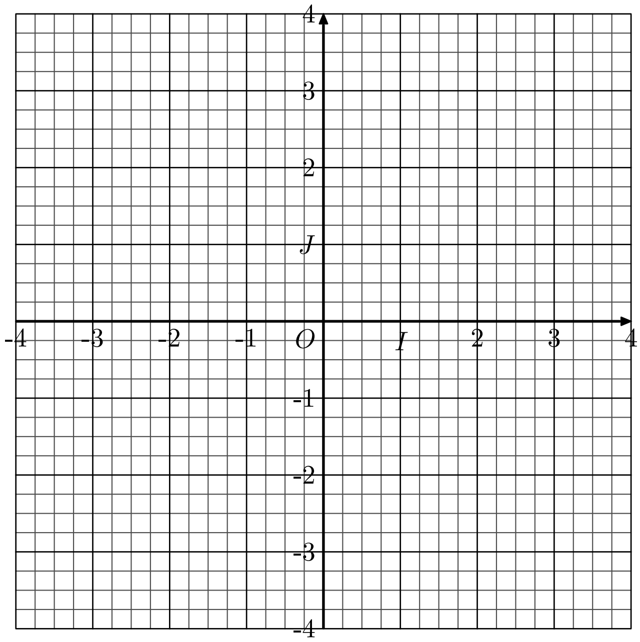
$$f : x \longmapsto \frac{1}{x}$$

① Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction inverse.

② ⓐ Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-4	-2	-1	$-0{,}5$	$0{,}25$	1	2	4
$f(x)$								

ⓑ Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessous :



(3) (a) Pour a et b non tous les deux nuls, établir l'égalité suivante : $f(b)-f(a)=\dfrac{a-b}{a\cdot b}$.

(b) En déduire le sens de variation de la fonction inverse sur $\mathbb{R}_+^*$.

(4) La courbe représentative de la fonction f possède-t-elle un axe de symétrie ou un centre de symétrie?

E.18 Nous allons étudier la fonction racine carrée h définie par :

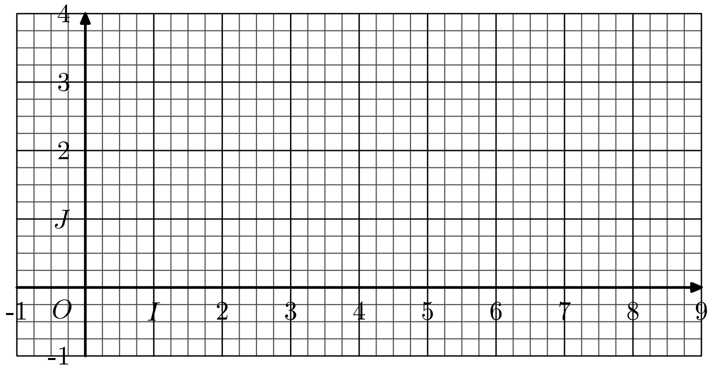
$f : x \longmapsto \sqrt{x}$

(1) Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction racine carrée.

(2) (a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,125	0,25	1	2	4	9
$f(x)$							

(b) Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessous :



(3) (a) Pour a et b non tous les deux nuls, établir l'égalité suivante : $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

(b) En déduire le sens de variation de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$.

(4) La courbe représentative de la fonction f possède-t-elle un axe de symétrie ou un centre de symétrie?

E.19 Nous allons étudier la fonction carrée h définie par :

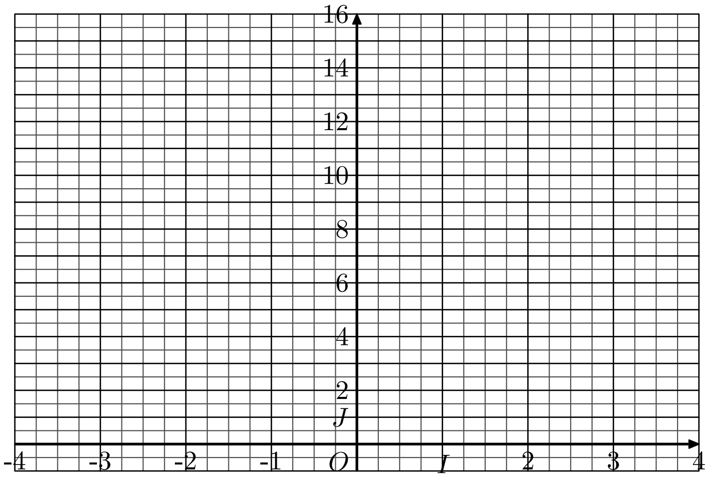
$f : x \longmapsto x^2$

(1) Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction carré.

(2) (a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-1	$-0{,}5$	0	0,5	2	4
$f(x)$							

(b) Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessous :



(3) (a) Pour a et b non tous les deux nuls, établir l'égalité suivante : $f(b) - f(a) = \big(b+a\big)\big(b-a\big)$.

(b) En déduire le sens de variation de la fonction carrée sur $\mathbb{R}_-$ et sur $\mathbb{R}_+$.

(4) La courbe représentative de la fonction f possède-t-elle un axe de symétrie ou un centre de symétrie?

E.20 Nous allons étudier la fonction cube h définie par :

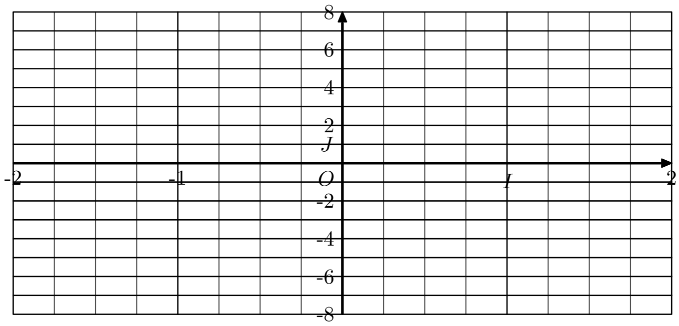
$f : x \longmapsto x^3$

(1) Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction cube.

(2) (a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	2
$f(x)$							

(b) Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessous :



(3) (a) Pour a et b non tous les deux nuls, établir l'égalité suivante : $f(b) - f(a) = \big(b-a\big)\big(b^2 + a{\cdot}b + a^2\big)$

(b) En déduire le sens de variation de la fonction cube sur $\mathbb{R}_-$ et sur $\mathbb{R}_+$.

(4) La courbe représentative de la fonction f possède-t-elle un axe de symétrie ou un centre de symétrie?