C.1

a Graphiquement, la droite (d_1) a pour coefficient directeur $\dfrac{1}{4}$

Le vecteur de coordonnées $\left(1\,;\dfrac{1}{4}\right)$ est un vecteur directeur de la droite (d_1).
Le vecteur $\overrightarrow{w}$ est un vecteur directeur de la droite (d_1).

b Graphiquement, la droite (d_2) a pour coefficient directeur 2.

Le vecteur de coordonnées $(1\,;2)$ est un vecteur directeur de la droite (d_2).
Le vecteur $\overrightarrow{v}$ est un vecteur directeur de la droite (d_2).

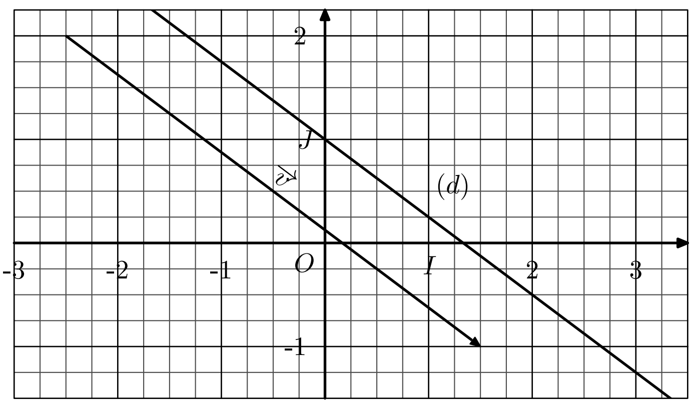
c Graphiquement, la droite (d_3) a pour coefficient directeur -1

Le vecteur de coordonnées $(1\,;-1)$ est un vecteur directeur de la droite (d_3).
Le vecteur $\overrightarrow{s}$ est un vecteur directeur de la droite (d_3).

d Graphiquement, la droite (d_4) a pour coefficient directeur -3

Le vecteur de coordonnées $(1\,;-3)$ est un vecteur directeur de la droite (d_4).
Le vecteur $\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur de la droite (d_4).

C.2



1 **b** Le coefficient de la droite (d) a pour valeur :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-(-2)}{3-(-1)} = \frac{5}{4}$$

d On remarque que le vecteur $\overrightarrow{u}$ a même direction que la droite (d). Autrement dit, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont deux vecteurs colinéaires.

2 **a** Mon choix des deux points de la droite (Δ) s'est porté sur :

$C(0\,;1) \quad ; \quad D(2\,;-2)$

c Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées :

$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C\,;y_D - y_C)$

$= (2-0\,;-2-1) = (2\,;-3)$

On montre facilement que les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires avec pour coefficient de colinéarité de $\overrightarrow{CD}$ par rapport à $\overrightarrow{v}$ égal à 2.

C.3 Le vecteur $\overrightarrow{u}\left(1\,;\dfrac{1}{2}\right)$ est un vecteur directeur de la droite (d).

C.4

- La droite (d_1) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(-1\,;5)$ pour vecteur directeur.
- La droite (d_2) admet le vecteur $\overrightarrow{v}(1\,;3)$ pour vecteur directeur.

C.5

- La droite (d_1) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(-2\,;5)$ pour vecteur directeur.
- La droite (d_2) admet le vecteur $\overrightarrow{v}\left(-\dfrac{1}{2}\,;2\right)$ pour vecteur directeur.

C.6

1 Pour savoir si un point appartient à la droite (d), il faut savoir si les coordonnées de ce point vérifient l'équation de cette droite :

- Pour le point A :
  $2{\cdot}x_A - y_A + 5 = 2{\times}1 - 7 + 5 = 2 - 7 + 5 = 0$
  On en déduit que le point A appartient à la droite (d).
- Pour le point B :
  $2{\cdot}x_B - y_B + 5 = 2{\cdot}\left(-\dfrac{3}{2}\right) - 2 + 5$
  $= -3 - 2 + 5 = 0$
  On en déduit que le point B appartient à la droite (d).
- Pour le point C :
  $2{\cdot}x_C - y_C + 5 = 2{\times}(-4) - (-4) + 5$
  $= -8 + 4 + 5 = 1$
  Les coordonnées du point C ne vérifiant pas l'équation cartésienne de la droite (d), on en déduit que le point C n'appartient pas à la droite (d).

2 Notons $D(2\,;y)$ où y est un nombre réel. Le point D appartient à la droite (d) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (d) :

$$\begin{aligned} 2{\cdot}x_D - y_D + 5 &= 0 \\ 2{\times}2 - y_D + 5 &= 0 \\ 4 - y_D + 5 &= 0 \\ 9 - y_D &= 0 \\ -y_D &= -9 \\ y_D &= 9 \end{aligned}$$

Ainsi, le point D a pour coordonnées $(2\,;9)$.

3 Notons $E\left(x\,;-\dfrac{1}{2}\right)$ où x est un nombre réel. Pour que le point E appartienne à la droite (d), il faut que ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de cette droite :

$$2{\cdot}x_E - y_E + 5 = 0$$
$$2{\cdot}x_E - \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = 0$$
$$2x_E + \frac{1}{2} + 5 = 0$$
$$2x_E + \frac{11}{2} = 0$$
$$2x_E = -\frac{11}{2}$$
$$x_E = -\frac{\frac{11}{2}}{2}$$
$$x_E = -\frac{11}{4}$$

Ainsi, le point E a pour coordonnées $\left(-\frac{11}{4}\,;-\frac{1}{2}\right)$

C.7

(1) Pour savoir si un point appartient à la droite (d), il faut savoir si les coordonnées de ce point vérifient l'équation de cette droite :

- Pour le point A :
  $3{\cdot}x_A - 2{\cdot}y_A + 1 = 3{\times}3 - 2{\times}5 + 1 = 9 - 10 + 1 = 0$
  On en déduit que le point A appartient à la droite (d).
- Pour le point B :
  $3{\cdot}x_B - 2{\cdot}y_B + 1 = 3{\cdot}\left(-\frac{1}{2}\right) - 2{\times}\left(-\frac{1}{8}\right) + 1$
  $= -\frac{3}{2} + \frac{2}{8} + 1 = -\frac{12}{8} + \frac{2}{8} + \frac{8}{8} = \frac{-12+2+8}{8}$
  $= -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \neq 0$
  On en déduit que le point B n'appartient pas à la droite (d).
- Pour le point C :
  $3{\cdot}x_C - 2{\cdot}y_C + 1 = 3{\times}\left(-\frac{2}{3}\right) - 2{\times}\left(-\frac{1}{2}\right) + 1$
  $= -\frac{6}{3} + \frac{2}{2} + 1 = -2 + 1 + 1 = 0$
  Les coordonnées du point C vérifiant l'équation cartésienne de la droite (d), on en déduit que le point C appartient à la droite (d).

(2) Notons $D(2\,;y)$ où y est un nombre réel. Le point D appartient à la droite (d) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (d) :

$$3{\cdot}x_D - 2{\cdot}y_D + 1 = 0$$
$$3{\times}2 - 2{\cdot}y_D + 1 = 0$$
$$6 - 2{\cdot}y_D + 1 = 0$$
$$7 - 2{\cdot}y_D = 0$$
$$-2{\cdot}y_D = -7$$
$$y_D = \frac{-7}{-2}$$
$$y_D = \frac{7}{2}$$

Ainsi, le point D a pour coordonnées $\left(2\,;\frac{7}{2}\right)$.

(3) Notons $E(x\,;-3)$ où x est un nombre réel. Pour que le point E appartienne à la droite (d), il faut que ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de cette droite :

$$3{\cdot}x_E - 2{\cdot}y_E + 1 = 0$$
$$3{\cdot}x_E - 2{\cdot}(-3) + 1 = 0$$
$$3{\cdot}x_E + 6 + 1 = 0$$
$$3{\cdot}x_E + 7 = 0$$
$$3{\cdot}x_E = -7$$
$$x_E = -\frac{7}{3}$$

Ainsi, le point E a pour coordonnées $\left(-\frac{7}{3}\,;-3\right)$

C.8

(a) Cette équation cartésienne ne correspond pas à la droite (d), car les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation :

$2x_B + 2y_B - 1 = 2{\times}\frac{3}{2} + 2{\times}1 - 1$
$= 3 + 2 - 1 = 4 \neq 0$

Même si les coordonnées du point A vérifient cette équation :

$2x_A + 2y_A - 1 = 2{\times}(-2{,}5) + 2{\times}3 - 1$
$= -5 + 6 - 1 = 0$

(b) Cette équation ne représente pas non plus la droite (d), car les coordonnées du point A ne vérifient pas cette équation :

$-4x_A - 3y_A + 9 = -4{\times}(-2{,}5) - 3{\times}3 + 9$
$= 10 - 9 + 9 = 10$

Remarque : cette équation cartésienne représente une droite qui passe par le point B *(vérifiez-vous même)*

(c) La droite (d) a pour équation cartésienne celle-ci, car les coordonnées des deux points vérifient cette équation :

- $2x_A + 4y_A - 7 = 2{\times}(-2{,}5) + 4{\times}3 - 7$
  $= -5 + 12 - 7 = 0$
- $2x_B + 4y_B - 7 = 2{\times}\frac{3}{2} + 4{\times}1 - 7$
  $= 3 + 4 - 7 = 0$

C.9 La droite (d) passe par les points $A(-3\,;1{,}5)$ et $B(3\,;0)$.

L'équation vérifiant les coordonnées de ces deux points est :
$x + 4y - 3 = 0$

- $x_A + 4{\cdot}y_A - 3 = -3 + 4{\times}1{,}5 - 3 = -3 + 6 - 3 = 0$
  Le point A appartient à la droite représentée par l'équation cartésienne : $x + 4y - 3 = 0$
- $x_B + 4{\cdot}y_B - 3 = 3 + 4{\times}0 - 3 = -3 + 0 - 3 = 0$
  Le point B appartient à la droite représentée par l'équation cartésienne : $x + 4y - 3 = 0$

C.10

(a) Le vecteur directeur $\vec{u}\,(2\,;3)$ permet d'obtenir l'équation cartésienne de la droite (d) :
$3{\cdot}x - 2{\cdot}x + c = 0$ où $c \in \mathbb{R}$.

Le point de coordonnées $A(2\,;1)$ appartenant à la droite (d), ses coordonnées doivent vérifier l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} 3{\cdot}x_A-2{\cdot}y_A+c&=0\\ 3\times-2\times1+c&=0\\ 6-2+c&=0\\ 4+c&=0\\ c&=-4 \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$3{\cdot}x-2{\cdot}y-4=0$

(b) Le vecteur directeur $\overrightarrow{u}(-2\,;1)$ permet d'obtenir l'équation cartésienne de la droite (d) :
$x+2{\cdot}x+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point de coordonnées $A(0\,;3)$ appartenant à la droite (d), ses coordonnées doivent vérifier l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} x_A+2{\cdot}y_A+c&=0\\ 0+2\times3+c&=0\\ 6+c&=0\\ c&=-6 \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$x+2{\cdot}y-6=0$

C.11

(a) Le vecteur $\overrightarrow{u}(3\,;2)$ est un vecteur directeur de la droite (d). Ainsi, la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$-2{\cdot}x+3{\cdot}y+c=0$

Le point $M(1\,;2)$ appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient cette équation cartésienne :

$$\begin{aligned} -2{\cdot}x_M+3{\cdot}y_M+c&=0\\ -2\times1+3\times2+c&=0\\ -2+6+c&=0\\ 4+c&=0\\ c&=-4 \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$-2{\cdot}x+3{\cdot}y-4=0$

(b) Le vecteur $\overrightarrow{u}(-2\,;1)$ est un vecteur directeur de la droite (d). Ainsi, la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$-x-2{\cdot}y+c=0$

Le point $M(-4\,;1)$ appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient cette équation cartésienne :

$$\begin{aligned} -x_M-2{\cdot}y_M+c&=0\\ -(-4)-2\times1+c&=0\\ 4-2+c&=0\\ 2+c&=0\\ c&=-2 \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :

$$\begin{aligned} -x-2{\cdot}y-2&=0\\ x+2{\cdot}y+2&=0 \end{aligned}$$

C.12

(a) Le vecteur directeur $\overrightarrow{u}\left(\dfrac{1}{2}\,;-1\right)$ permet d'obtenir l'équation cartésienne de la droite (d) :
$-x-\dfrac{1}{2}{\cdot}y+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point de coordonnées $A(3\,;-2)$ appartenant à la droite (d), ses coordonnées doivent vérifier l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} -x_A-\frac{1}{2}{\cdot}y_A+c&=0\\ -3-\frac{1}{2}\times(-2)+c&=0\\ -3+1+c&=0\\ -2+c&=0\\ c&=2 \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$-x-\dfrac{1}{2}{\cdot}y+2=0$

(b) Le vecteur directeur $\overrightarrow{u}\left(3\,;-\dfrac{5}{3}\right)$ permet d'obtenir l'équation cartésienne de la droite (d) :
$-\dfrac{5}{3}{\cdot}x-3{\cdot}y+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point de coordonnées $A\left(-2\,;\dfrac{1}{2}\right)$ appartenant à la droite (d), ses coordonnées doivent vérifier l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} -\frac{5}{3}{\cdot}x_A-3{\cdot}y_A+c&=0\\ -\frac{5}{3}\times(-2)-3\times\frac{1}{2}+c&=0\\ \frac{10}{3}-\frac{3}{2}+c&=0\\ \frac{20}{6}-\frac{9}{6}+c&=0\\ \frac{11}{6}+c&=0\\ c&=-\frac{11}{6} \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$-\dfrac{5}{3}{\cdot}x-3{\cdot}y-\dfrac{11}{6}=0$

C.13

(a) Le vecteur $\overrightarrow{u}\left(1\,;\dfrac{1}{2}\right)$ étant un vecteur directeur, on en déduit que la droite (d) a pour équation cartésienne :
$-\dfrac{1}{2}{\cdot}x+y+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point M appartenant à cette droite, ses coordonnées vérifient son équation cartésienne :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}{\cdot}x_M+y_M+c&=0\\ -\frac{1}{2}\times0+2+c&=0\\ 2+c&=0\\ c&=-2 \end{aligned}$$

Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}{\cdot}x+y-2&=0\\ -x+2y-4&=0 \end{aligned}$$

(b) Les vecteurs $\overrightarrow{u}(2\,;1)$ étant un vecteur directeur, on en déduit que la droite (d) a pour équation cartésienne :
$-x+2{\cdot}y+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$

Le point $M\left(0\,;-\dfrac{3}{2}\right)$ appartenant à cette droite, ses coordonnées vérifient son équation cartésienne :

$$-x_M+2\cdot y_M+c=0$$
$$-0+2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+c=0$$
$$-3+c=0$$
$$c=3$$
Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$-x+2\cdot y+3=0$

C.14

1. La droite (d) passe par les points de coordonnées :
$M(-3\,;-2)\quad;\quad N(3\,;-1)$

Le vecteur $\overrightarrow{MN}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{MN}(x_N-x_M\,;y_N-y_M)=(3-(-3)\,;-1-(-2))$
$=(3+3\,;\,-1+2)=(6\,;1)$

Le vecteur $\overrightarrow{MN}$ étant un vecteur directeur de la droite (d), on en déduit qu'elle admet pour équation cartésienne :
$x-6\cdot y+c=0\quad$ pour $c\in\mathbb{R}$.

Le point M étant un point de la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de cette droite :
$$\begin{array}{r|l} x_M-6\cdot y_M+c=0 & 9+c=0 \\ -3-6\times(-2)+c=0 & c=-9 \\ -3+12+c=0 & \end{array}$$
Ainsi, la droite (d) admet pour équation cartésienne :
$x-6\cdot y-9=0$

2. La droite (d') étant parallèle à la droite (d), elle admet également le vecteur $\overrightarrow{MN}$ pour vecteur directeur.
Ainsi, son équation cartésienne est de la forme :
$x-6\cdot y+c'=0\quad$ où $c'\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d'), on en déduit que les coordonnées du point A vérifient l'équation cartésienne de la droite (d') :
$$\begin{array}{r|l} x_A-6\cdot y_A+c'=0 & -8+c'=0 \\ -2-6\times 1+c'=0 & c'=8 \\ -2-6+c'=0 & \end{array}$$
Ainsi, la droite (d') a pour équation cartésienne :
$x-6\cdot y+8=0$

C.15

- **Ordonnées à l'origine valant 1 :**

Les fonctions affines f, h et k ont une ordonnée à l'origine égale à 1 : elles correspondent aux droites (d_1), (d_2) et (d_3).
  - La fonction k a un coefficient directeur négatif : elle est décroissante. La droite (d_1) est la représentation de la fonction k.
  - Des fonctions f et h, la fonction f possède le plus grand coefficient directeur : sa représentation sera la "*plus croissante*".
    - La fonction f admet pour représentation la droite (d_2).
    - La fonction h admet pour représentation la droite (d_3).

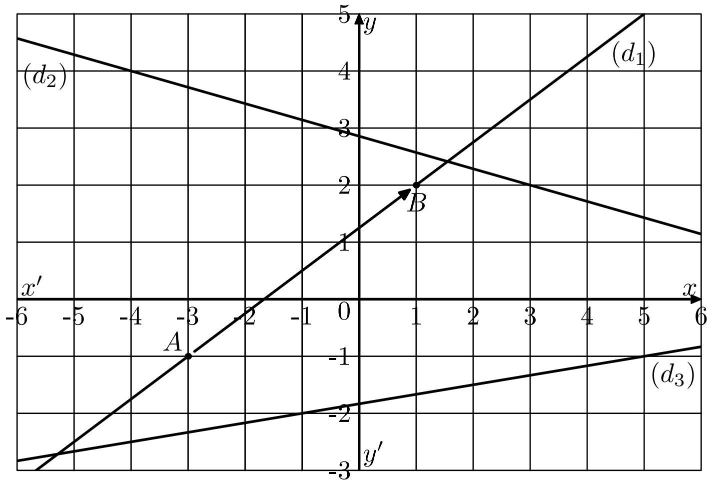
- **Ordonnées à l'origine valant -1 :**

Les fonctions affines g, j et ℓ possèdent une ordonnée à l'origine égale à -1 : leurs représentations sont associées aux droites (d_4), (d_5) et (d_6).
  - La droite (d_6) est constante et elle est la représentation de la fonction ℓ.
  - Des fonctions j et k, c'est la fonction k qui possède le plus petit coefficient directeur : sa représentation sera la "*plus décroissante*".
    - La fonction j admet pour représentation la droite (d_5) ;
    - La fonction g admet pour représentation la droite (d_4).

C.16

- Pour la droite (d_1), on utilise les points :
$A(-3\,;-1)\quad;\quad B(1\,;2)$.

La représentation ci-dessous d'un vecteur directeur de la droite (d_1)



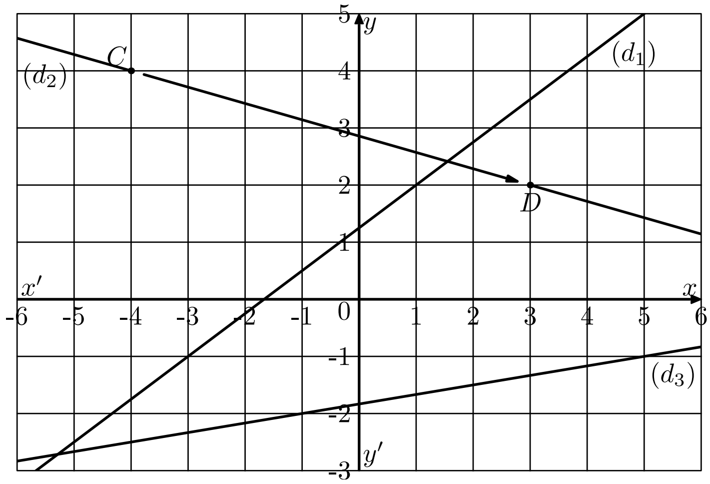
On en déduit la valeur du coefficient directeur :
$m=\dfrac{3}{4}$

Vérifions que la fonction f est la fonction affine dont la droite (d_1) est la droite représentative :

$f(-3)=0{,}75\times(-3)+1{,}25=-2{,}25+1{,}25=-1$

- Pour la droite (d_2), on utilise les points :
$C(-4\,;4)\quad;\quad D(3\,;2)$.

La représentation ci-dessous d'un vecteur directeur de la droite (d_2)



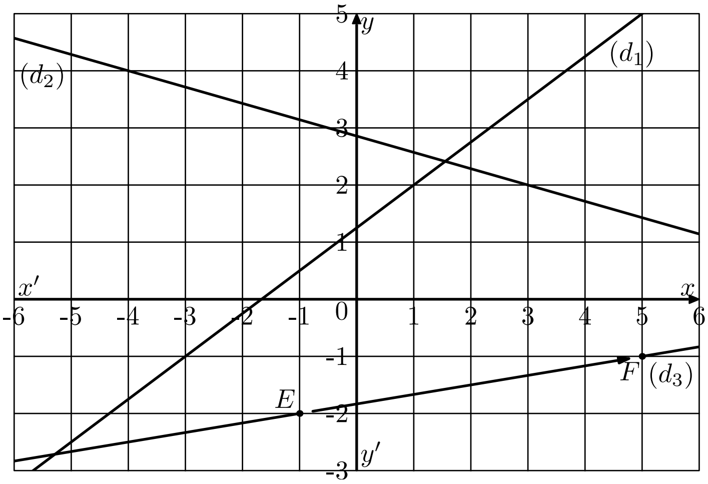
On en déduit la valeur du coefficient directeur :
$m=-\dfrac{2}{7}$

Vérifions que la fonction j est la fonction affine dont la droite (d_2) est la droite représentative :

$$j(-4) = -\frac{2}{7}\times(-4) + \frac{20}{7} = \frac{8}{7} + \frac{20}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

- Pour la droite (d_3), on utilise les points :
  $E(-1\,;-2)$; $F(5\,;-1)$.

  La représentation ci-dessous d'un vecteur directeur de la droite (d_3)



  On en déduit la valeur du coefficient directeur :
  $m = \frac{1}{6}$

  Vérifions que la fonction k est la fonction affine dont la droite (d_3) est la droite représentative :

$$k(-3) = \frac{1}{6}\times(-1) - \frac{11}{6} = -\frac{1}{6} - \frac{11}{6} = -\frac{12}{6} = -2$$

C.17

- La droite (d_1) est la représentation de la fonction affine f définie par : $f(x)=x+2$
- La droite (d_2) est la représentation de la fonction affine g définie par : $g(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{5}{2}$
- La droite (d_3) est la représentation de la fonction affine h définie par : $h(x)=\frac{1}{6}x+\frac{1}{2}$

C.18

1. a. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points de coordonnées :
   $A(2\,;1{,}5)$; $B(-2\,;-0{,}5)$

   Le coefficient directeur de la fonction f a pour valeur :
   $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-0{,}5 - 1{,}5}{-2-2} = \frac{-2}{-4} = 0{,}5$

   Ainsi, la fonction f admet pour une expression de la forme :
   $f(x) = 0{,}5\cdot x + p$ où $p\in\mathbb{R}$.

   b. Le point A appartenant à la courbe représentative de la fonction f, ses coordonnées vérifient l'expression de f :

$$\begin{aligned} f(x_A) &= y_A \\ f(2) &= 1{,}5 \\ 0{,}5\times2 + p &= 1{,}5 \\ 1 + p &= 1{,}5 \\ p &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

   La fonction f admet pour expression :
   $f(x) = 0{,}5\cdot x + 0{,}5$

2. a. La courbe $\mathscr{C}_g$ passe par les points de coordonnées :
   $C(-2\,;2)$; $D(3\,;0)$

   Le coefficient directeur de la fonction g a pour valeur :
   $\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0-2}{3-(-2)} = \frac{-2}{3+2} = -\frac{2}{5} = -0{,}4$

   Ainsi, la fonction g admet pour expression :
   $g(x) = -0{,}4\cdot x + p'$ où $p'\in\mathbb{R}$.

   b. Le point C appartenant à la courbe représentative de la fonction g, ses coordonnées vérifient l'équation réduite de g :

$$\begin{aligned} g(x_C) &= y_C \\ g(-2) &= 2 \\ -0{,}4\times\big(-2\big) + p' &= 2 \\ 0{,}8 + p' &= 2 \\ p' &= 2 - 0{,}8 \\ p' &= 1{,}2 \end{aligned}$$

   La fonction g admet pour expression :
   $g(x) = -0{,}4\cdot x + 1{,}2$

C.19

1. a.
   - D'après l'équation cartésienne de la droite (d) :
     $\overrightarrow{u}\,(-6\,;3)$
   - D'après l'équation cartésienne de la droite (d') :
     $\overrightarrow{v}\,(-4\,;2)$

   b. Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ a pour valeur :
   $\det\big(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v}\big) = -6\times2 - (-4)\times3 = -12 + 12 = 0$

   D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

   Les droites (d) et (d'), ayant les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ pour vecteurs directeurs, sont parallèles.

2. a. Le point A a pour coordonnées $A(1\,;y)$ et ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} 3\times1 + 6y - 1 &= 0 \\ 3 + 6y - 1 &= 0 \\ 2 + 6y &= 0 \\ 6y &= -2 \\ y &= \frac{-2}{6} \\ y &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

   Les coordonnées du point A sont : $A\left(1\,;-\frac{1}{3}\right)$

   b. Vérifions si le point A appartient à la droite (d') :

$$2\cdot x_A + 4\cdot y_A + 5 = 2\times1 + 4\times\left(-\frac{1}{3}\right) + 5$$
$$= 2 - \frac{4}{3} + 5 = \frac{17}{3} \neq 0$$

   Les coordonnées du point A ne vérifiant pas l'équation cartésienne de la droite (d'), on en déduit que le point A n'appartient pas à cette droite.

   D'après la proposition, on en déduit que les droites (d) et (d') sont parallèles et distinctes.

C.20

1. a.
   - D'après l'équation cartésienne de la droite (d) :
     $\overrightarrow{u}\,(-6\,;2)$
   - D'après l'équation cartésienne de la droite (d') :

$\overrightarrow{v}\,(9\,;-3)$

(b) Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ a pour valeur :

$\det\big(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v}\big) = -6\times(-3) - 9\times 2 = 18 - 18 = 0$

D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Les droites (d) et (d'), ayant les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ pour vecteurs directeurs, sont parallèles.

(2) (a) Le point A a pour coordonnées $A(1\,;y)$ et ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{array}{r|r} 2\cdot x_A + 6\cdot y_A - 8 = 0 & 6\cdot y_A - 6 = 0 \\ 2\times 1 + 6\cdot y_A - 8 = 0 & 6\cdot y_A = 6 \\ 2 + 6\cdot y_A - 8 = 0 & y_A = 1 \end{array}$$

Les coordonnées du point A sont : $A(1\,;1)$

(b) Vérifions si le point A appartient à la droite (d') :

$$-3\cdot x_A - 9\cdot y_A + 12 = -3\times 1 - 9\times 1 + 12 = -3 - 9 + 12 = 0$$

Les coordonnées du point A vérifiant l'équation cartésienne de la droite (d'), on en déduit que le point A appartient à cette droite.

D'après la proposition, on en déduit que les droites (d) et (d') sont parallèles et confondues.

C.21 Le coefficient directeur de la droite (AB) a pour valeur :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{8-1}{3-0} = \frac{7}{3}$$

Le coefficient directeur de la droite (CD) a pour valeur :

$$m' = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{15-1}{7-1} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

Les coefficients directeurs des droites (AB) et (CD) étant égaux, on en déduit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

C.22

(1) Déterminons les coefficients directeurs de ces deux droites :

- Pour la droite (AB) :
$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-3}{0-(-2)} = \frac{-4}{2} = -2$$
- Pour la droite (CD) :
$$\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{4-(-1)}{2-(-3)} = \frac{5}{5} = 1.$$

D'après la propriété énoncée dans l'énoncé, les coefficients directeurs des droites (AB) et (CD) étant distincts, on en déduit que ces sont sécantes.

(2)
- Notons g la fonction affine ayant pour représentation la droite (CD). À la question précédente, nous avons vu que son coefficient directeur a pour valeur 1. Ainsi, son expression est de la forme :

$g(x) = x + p \quad$ où $p\in\mathbb{R}$

Le point C appartenant à la droite représentative de la fonction g, on en déduit que les coordonnées du point C vérifie la relation :

$$\begin{aligned} g(x_C) &= y_C \\ x_C + p &= y_C \\ -3 + p &= -1 \\ p &= -1 + 3 \\ p &= 2 \end{aligned}$$

Ainsi, la fonction g admet pour expression algébrique :

$g(x) = x + 2$

- Notons M le point d'intersection des droites (AB) et (CD).

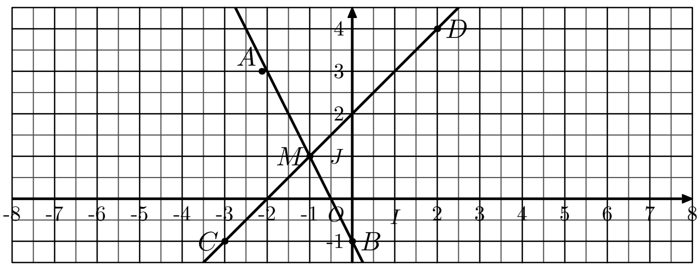
L'abscisse x du point M vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -2x - 1 &= x + 2 \\ -2x &= x + 2 + 1 \\ -2x &= x + 3 \\ -2x - x &= 3 \\ -3x &= 3 \\ x &= \frac{3}{-3} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Le point M appartenant à la droite (AB), son ordonnée a pour valeur :

$f(-1) = -2\times(-1) - 1 = 2 - 1 = 1$

Ainsi, le point d'intersection des droites (AB) et (CD) a pour coordonnées $(-1\,;1)$



C.23 La première équation donne la valeur de y en fonction de celle de x :

$y = 3x$

La seconde équation est définie par :

$x + y = 8{,}4$

En substituant y par sa valeur en fonction de x :

$$\begin{aligned} x + (3x) &= 8{,}4 \\ 4x &= 8{,}4 \\ x &= \frac{8{,}4}{4} \\ x &= 2{,}1 \end{aligned}$$

De la première équation, on obtient la valeur de y :

$y = 3x = 3\times 2{,}1 = 6{,}3$

Ainsi, le système (S) admet $(2{,}1\,;6{,}3)$ comme couple de solution.

C.24 On s'intéresse au système (S) défini par :

$$(S) : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

De la première équation du système, on obtient la valeur de l'inconnue y en fonction de celle de x :

$$\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ y &= 5 - 2x \end{aligned}$$

Considérant la seconde équation du système (S) :

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 8 \\ 3x + 2(5 - 2x) &= 8 \\ 3x + 10 - 4x &= 8 \\ -x + 10 &= 8 \\ -x &= 8 - 10 \\ -x &= -2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

De l'expression de y en fonction de x, on obtient la valeur de y :

$$y = 5 - 2x = 5 - 2\times 2 = 5 - 4 = 1$$

Ainsi, le système (S) admet pour solution le couple $(2\,;1)$.

C.25 De la seconde équation, on obtient la valeur de x en fonction de celle de y :

$$\begin{aligned} x - y &= 1 \\ x &= y + 1 \end{aligned}$$

Considérons la première équation du système :

$$x + 2y = 23$$

Substituons l'inconnue x par sa valeur en fonction de y :

$$\begin{aligned} 3\times(y+1) + 2y &= 23 \\ 3y + 3 + 2y &= 23 \\ 5y &= 20 \\ y &= \frac{20}{5} \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Ceci implique que : $x = y+1 = 4+1 = 5$.

Le système (S) d'équation a pour solution le couple $(5\,;4)$.

C.26 De la première équation, on déduit la valeur de l'inconnue x en fonction de l'inconnue y :

$$\begin{aligned} x - 3y &= 8 \\ x &= 3y + 8 \end{aligned}$$

En substituant dans la seconde équation, l'inconnue x par son expression en fonction de y, on obtient :

$$\begin{aligned} 4x + y &= -7 \\ 4(3y+8) + y &= -7 \\ 12y + 32 + y &= -7 \\ 13y &= -7 - 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13y &= -39 \\ y &= \frac{-39}{13} \\ y &= -3 \end{aligned}$$

En utilisant la valeur de y dans l'expression de l'inconnue x, on a :

$$x = 3y + 8 = 3\times(-3) + 8 = -9 + 8 = -1$$

On en déduit que le couple $(-1\,;-3)$ est solution du système (S).

C.27 En considérant le système : (S) : $\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases}$

En additionnant membre à membre ces deux équations, on obtient :

$$\begin{aligned} 4x + 3x &= 6 + 29 \\ 7x &= 35 \\ x &= \frac{35}{7} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

En prenant la valeur de x et en l'insérant dans la première équation, on a :

$$\begin{aligned} 4x - 2y &= 6 \\ 4\times 5 - 2y &= 6 \\ 20 - 2y &= 6 \\ -2y &= 6 - 20 \\ -2y &= -14 \\ y &= \frac{-14}{-2} \\ y &= 7 \end{aligned}$$

Ainsi, le système (S) admet pour solution le couple $(5\,;7)$.

C.28 Le système (S) $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$

est équivalent au système : $\begin{cases} 10x + 15y = 70 \\ 10x - 4y = 32 \end{cases}$

Par soustraction de la première ligne du système par la seconde, on a :

$$\begin{aligned} 15y - (-4y) &= 70 - 32 \\ 15y + 4y &= 38 \\ 19y &= 38 \\ y &= \frac{38}{19} \\ y &= 2 \end{aligned}$$

En utilisant la valeur de y dans la première équation, on obtient :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 14 \\ 2x + 3\times 2 &= 14 \\ 2x + 6 &= 14 \\ 2x &= 14 - 6 \\ 2x &= 8 \\ x &= \frac{8}{2} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

On vient de montrer que le couple $(4\,;2)$ est solution du système (S).