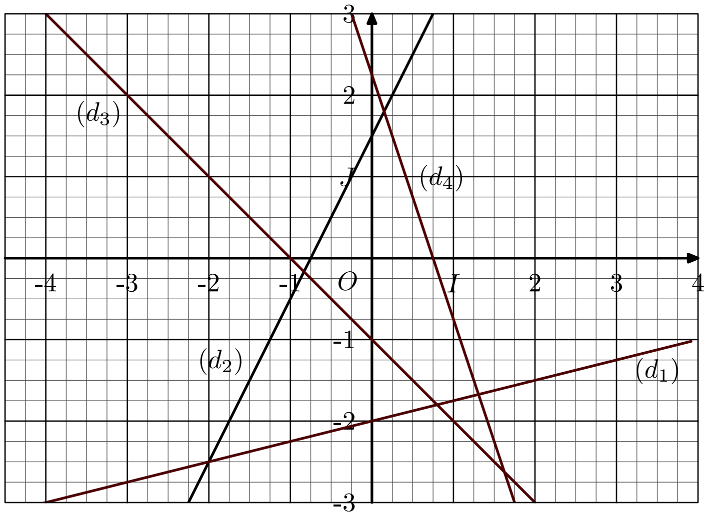
Seconde - Chapitre 16

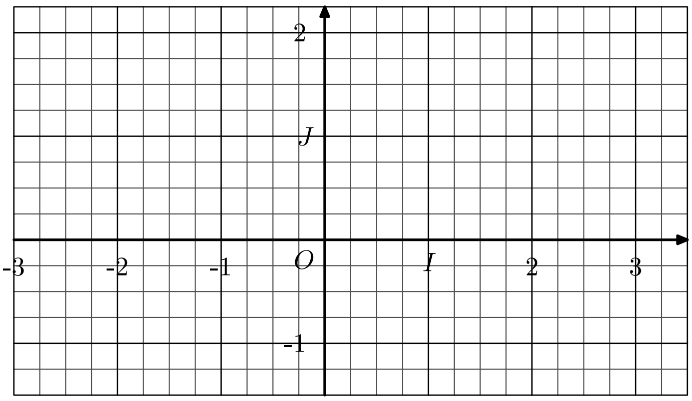
E.1 Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatre droites ci-dessous :



Associer à chacune de ses droites un vecteur directeur parmi les vecteurs proposés ci-dessous :

$\overrightarrow{u}(-2\,;6)$; $\overrightarrow{v}(2\,;4)$; $\overrightarrow{w}(4\,;1)$; $\overrightarrow{r}(-1\,;4)$; $\overrightarrow{s}(2\,;-2)$

E.2 On munit le plan d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ orthonormé :



On considère la droite (Δ) dont l'équation réduite est :

$$(\Delta) :\ y = -\frac{3}{4}\cdot x + 1$$

1. a. Tracer la droite (Δ) et un représentant du vecteur $\overrightarrow{u}(4\,;-3)$.
   b. Quelle conjecture peut-on établir entre la droite (Δ) et le vecteur $\overrightarrow{u}$?
2. Justifier que le vecteur $\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur de la droite (Δ).

E.3 On considère la droite (d) admettant l'équation réduite :

$$y = \frac{1}{2}\cdot x + 3$$

Donner un vecteur directeur de la droite (d).

E.4 Dans le plan muni d'un repère, on considère les équations cartésiennes de droites suivantes :

$(d_1) :\ 5x + y - 2 = 0$; $(d_2) :\ 3x - y + 5 = 0$

Pour chacune des droites, donner un vecteur directeur associé.

E.5 Dans le plan muni d'un repère, on considère les équations cartésiennes de droites suivantes :

$(d_1) :\ 5x + 2y + 1 = 0$; $(d_2) :\ 2x + \frac{1}{2}y - 5 = 0$

Pour chacune des droites, donner un vecteur directeur associé.

E.6 Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, on considère la droite (d) admettant pour équation : $2{\cdot}x - y + 5 = 0$

1. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

$A(1\,;7) \quad ; \quad B\left(-\dfrac{3}{2}\,;2\right) \quad ; \quad C(-4\,;-4)$

Justifier votre réponse.

2. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.

3. Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée $-\dfrac{1}{2}$.

E.7 Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, on considère la droite (d) admettant pour équation : $3{\cdot}x - 2{\cdot}y + 1 = 0$

1. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

$A(3\,;5) \quad ; \quad B\left(-\dfrac{1}{2}\,;-\dfrac{1}{8}\right) \quad ; \quad C\left(-\dfrac{2}{3}\,;-\dfrac{1}{2}\right)$

Justifier votre réponse.

2. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.

3. Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée -3.

E.8 Une droite (d) passe par les points :

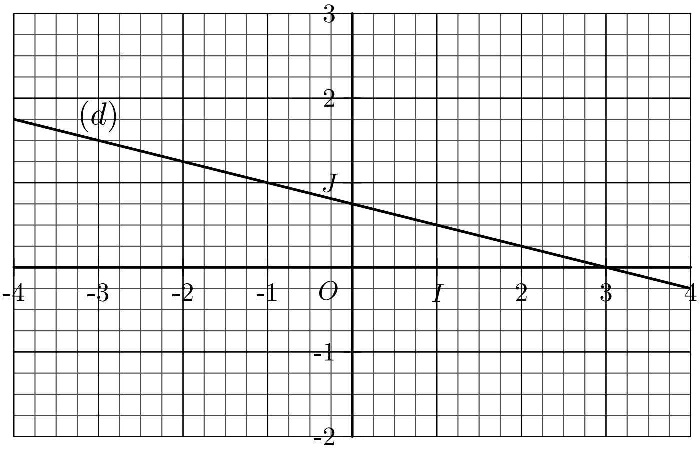
$A(-2{,}5\,;3) \quad ; \quad B\left(\dfrac{3}{2}\,;1\right)$.

Parmi les trois équations cartésiennes, dire celle qui correspond à la droite (d) :

a) $2x + 2y - 1 = 0$ b) $-4x - 3y + 9 = 0$

c) $2x + 4y - 7 = 0$

E.9 Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous, on considère la droite (d) représentée ci-dessous :



Parmi les équations cartésiennes ci-dessous, laquelle représente la droite (d)?

a) $x + 4y - 3 = 0$ b) $-4x - y + 3 = 0$

c) $-x - 4y - 3 = 0$ d) $4x - y + 3 = 0$

E.10 On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$.
Pour chaque question, déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A et admettant le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour vecteur directeur :

a) $A(2\,;1)$ et $\overrightarrow{u}(2\,;3)$ b) $A(0\,;3)$ et $\overrightarrow{u}(-2\,;1)$

E.11 On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ orthonormé.

Pour chacune des questions, déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point M et ayant le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour vecteur directeur :

(a) $M(1\,;2)\,;\,\overrightarrow{u}(3\,;2)$ (b) $M(-4\,;1)\,;\,\overrightarrow{u}(-2\,;1)$

E.12 On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$.
Pour chaque question, déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A et ayant pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}$:

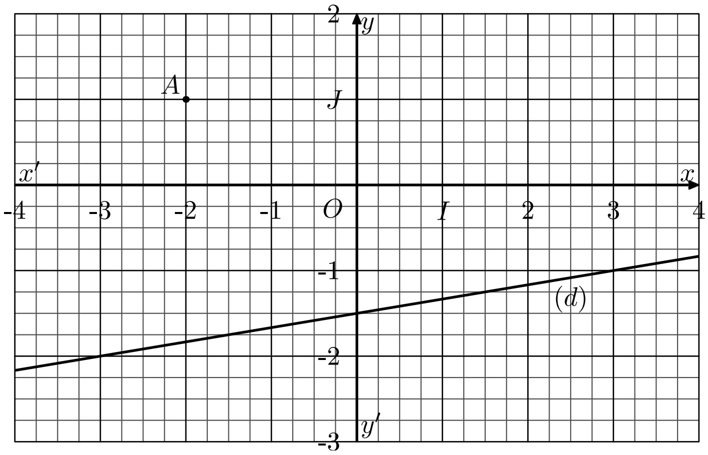
(a) $A(3\,;-2)$ et $\overrightarrow{u}\left(\frac{1}{2}\,;-1\right)$ (b) $A\left(-2\,;\frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{u}\left(3\,;-\frac{5}{3}\right)$

E.13 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j})$ orthonormé.

Pour chacune des questions, déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point M et ayant le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour vecteur directeur :

(a) $M(0\,;2)\,;\,\overrightarrow{u}\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$ (b) $M\left(0\,;-\frac{3}{2}\right)\,;\,\overrightarrow{u}(2\,;1)$

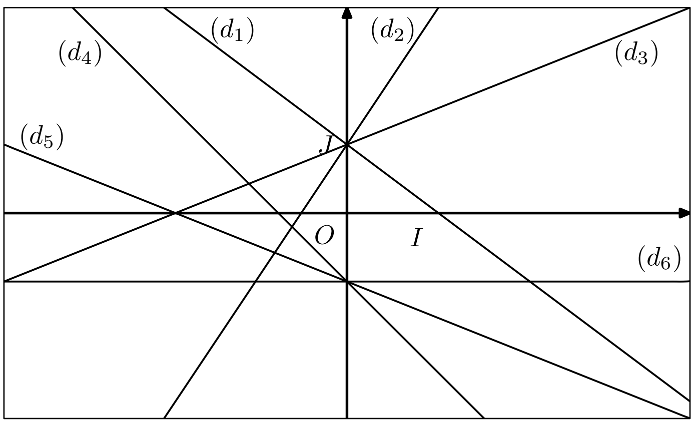
E.14 Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ orthonormé, on considère la droite (d) et le point A représentés ci-dessous :



(1) Donner une équation cartésienne de la droite (d).

(2) Donner une équation cartésienne de la droite (d') passant par le point A et parallèle à la droite (d).

E.15 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les six droites représentées ci-dessous :



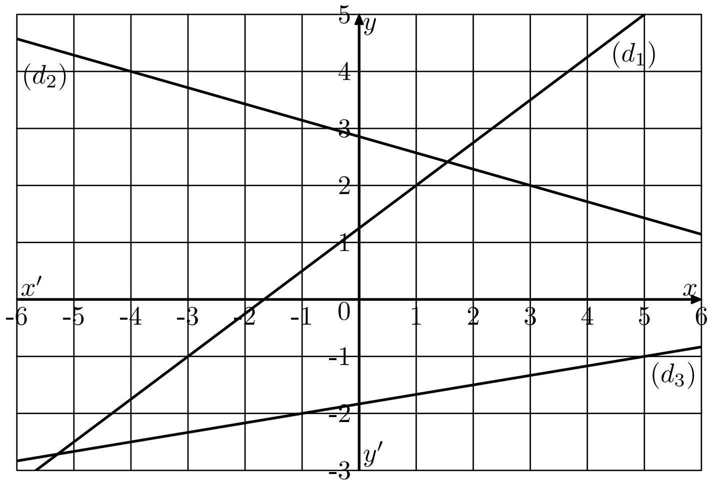
Chaque droite est la représentation de l'une des six fonctions suivantes :

$f\colon x\longmapsto \frac{3}{2}\cdot x+1$; $g\colon x\longmapsto -x-1$; $h\colon x\longmapsto \frac{2}{5}\cdot x+1$

$j\colon x\longmapsto -\frac{2}{5}\cdot x-1$; $k\colon x\longmapsto -\frac{3}{4}\cdot x+1$; $\ell\colon x\longmapsto -1$

Associer, par des raisonnements et sans calculs, la courbe représentation à chaque fonction.

E.16 Dans le repère ci-dessous, sont représentées trois droites :

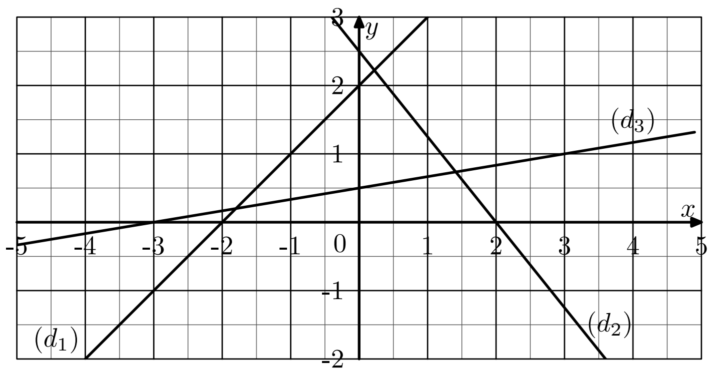


Associer à chacune de ces droites la fonction affine dont elle est la représentation parmi :

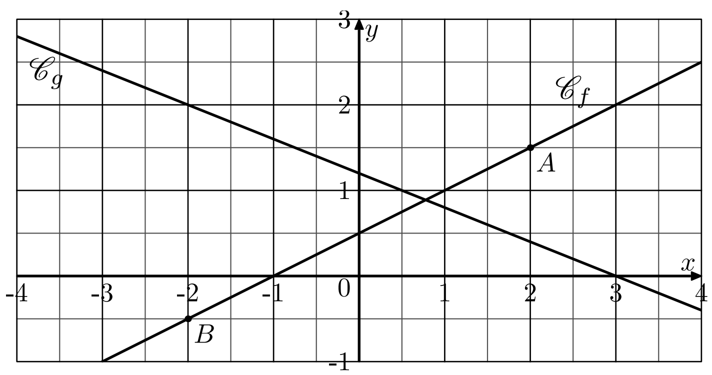
- $f\colon x \longmapsto 0{,}75x + 1{,}25$
- $g\colon x \longmapsto 0{,}75x + 1{,}15$
- $h\colon x \longmapsto -\dfrac{2}{7}x + \dfrac{20}{7}$
- $j\colon x \longmapsto -\dfrac{2}{7}x + \dfrac{19}{7}$
- $k\colon x \longmapsto \dfrac{1}{6}x - \dfrac{11}{6}$
- $\ell\colon x \longmapsto \dfrac{1}{6}x - \dfrac{10}{6}$

Indications : on pourra lire graphiquement le coefficient directeur d'une droite, puis utiliser les coordonnées d'un des points de cette droite.

E.17 Dans le repère ci-dessous, sont représentées trois droites (d_1), (d_2) et (d_3). Par lecture graphique, déterminer les expressions algébriques des trois fonctions affines ayant pour représentation ces droites :



E.18 On considère les deux fonctions affines f et g ayant respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ pour droites représentatives sont données ci-dessous :



1. Les points $A(2\,;1{,}5)$ et $B(-2\,;-0{,}5)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.
   a. Justifier que la fonction f admet pour une expression de la forme :
      $f(x) = 0{,}5\cdot x + p \quad \text{où } p \in \mathbb{R}$
   b. En utilisant les coordonnées du point A, déterminer la valeur du nombre p.
      On donnera l'expression de la fonction f.
2. a. Justifier que la fonction g admet une expression de la forme :
      $g(x) = -0{,}4\cdot x + p' \quad \text{où } p' \in \mathbb{R}$

(b) Déterminer l'expression de la fonction g.

E.19

Proposition : soit (d) et (d') deux droites parallèles. Si au moins un point de la droite (d) n'appartient pas à la droite (d') alors les droites (d) et (d') sont parallèles distinctes.

On considère les deux droites (d_5) et (d_6) définies par les équations cartésiennes suivantes :

$(d) :\ 3x + 6y - 1 = 0 \quad ; \quad (d') :\ 2x + 4y + 5 = 0$

(1) (a) Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (d) et un vecteur $\overrightarrow{v}$ directeur de la droite (d').

(b) Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles.

(2) (a) Donner les coordonnées du point A appartenant à (d) et d'abscisse 1.

(b) Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles et distinctes.

E.20

Proposition : soit (d) et (d') deux droites parallèles. Si au moins un point de la droite (d) appartient à la droite (d') alors les droites (d) et (d') sont parallèles confondues.

On considère les deux droites (d) et (d') définies par les équations cartésiennes suivantes :

$(d) :\ 2x + 6y - 8 = 0 \quad ; \quad (d') :\ -3x - 9y + 12 = 0$

(1) (a) Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (d) et un vecteur $\overrightarrow{v}$ directeur de la droite (d').

(b) Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles.

(2) (a) Donner les coordonnées du point A appartenant à (d) et d'abscisse 1.

(b) Justifier que les droites (d) et (d') sont parallèles et distinctes.

E.21

Proposition :
Deux droites représentatives de fonctions affines sont parallèles si, et seulement si, leurs coefficients directeurs sont égaux.

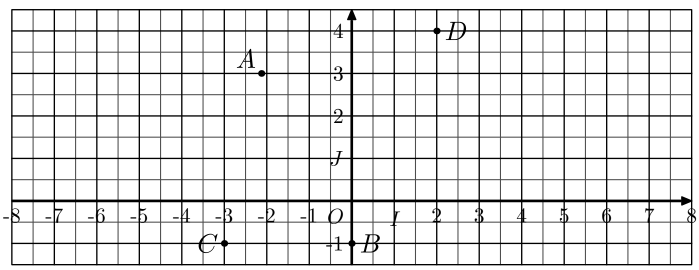
Dans le plan muni d'un repère, on considère les quatre points ci-dessous :

$A(0\,;1) \quad ; \quad B(3\,;8) \quad ; \quad C(1\,;1) \quad ; \quad D(7\,;15)$

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

E.22 Dans le plan muni d'un repère, on considère les quatre points :

$A(-2\,;3) \quad ; \quad B(0\,;-1) \quad ; \quad C(-3\,;-1) \quad ; \quad D(2\,;4)$



(1) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.
Pour cela, on utilisera la proposition ci-dessous :

Proposition : Soit f et g deux fonctions affines.
Si les coefficients directeurs des fonctions f et g sont distincts alors leur droite représentative sont sécantes.

(2) On admet que la droite (AB) est la droite représentative de la fonction affine f admettant pour expression :
$f(x) = -2x - 1$

(a) Déterminer l'expression de la fonction affine g admettant pour droite représentative la droite (CD).

(b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD).
Pour cela, on utilise la proposition ci-dessous.

Proposition : Soit f et g deux fonctions affines dont les coefficients directeurs sont distincts.
L'abscisse du point d'intersection de leurs droites représentatives est l'unique solution de l'équation : $f(x)=g(x)$

E.23 On considère le système (S) d'équations :

$$\begin{cases} 3x = y \\ x + y = 8{,}4 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

E.24 On considère le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

E.25 On considère le système (S) d'équations :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Résoudre le système d'équations (S).

E.26 On considère le système (S) défini par :

$$\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x + y = -7 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

E.27 On considère le système (S) défini par :

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

E.28 On considère le système (S) d'équations :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

Déterminer l'unique couple solution du système (S).