Seconde - Chapitre 14

E.1

(1) On considère l'expérience aléatoire consistant à jeter deux dés à six faces et on effectue la somme de la valeur de chaque dé.

On considère les événements suivants :

- Événement A : "*on obtient 8*".
- Événement B : "*on obtient une valeur supérieure ou égale à 6*".
- Événement C : "*Un des dés a la valeur 4 et la somme est supérieure ou égale à 7*".

(a) Compléter le tableau suivant :

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1						
2						
3						
4						
5						
6						

(b) Déterminer les probabilités des événements A, B et C.

(2) On change d'expériences aléatoires. On jette toujours ces deux dés, mais on s'intéresse maintenant à la valeur de chacun des dés.
Déterminer la probabilité pour les événements suivants :

(a) Événement D : "*les deux dés ont la même valeur*".

(b) Événement E : "*on obtient 6 et 4*".

(c) Événement F : "*un des dés a la valeur 3 et l'autre a une valeur paire*".

E.2 Sophie et Luc jouent très mal aux échecs, c'est pourquoi ils ont inventé le jeu suivant :

- Sophie possède un sac contenant cinq pièces blanches : une reine, une tour, deux cavaliers et un pion.
- Le sac de Luc contient cinq pièces noires : une reine, deux tours et deux pions.

Principe du jeu :
Chacun tire une pièce de son sac, celui qui a la pièce la plus forte gagne la partie :

- Une reine bat toutes les autres pièces.
- Une tour bat un cavalier ou un pion.
- Un cavalier bat un pion.
- Deux pièces identiques font partie nulle.

Exemples :

- Sophie tire une reine et Luc une tour : Sophie gagne la partie.
- Sophie et Luc tirent tous les deux un pion : il y a partie nulle.

(1) Dans le tableau ci-dessous, chaque case correspond à une issue possible du jeu.

Sophie \ Luc	R	T_1	T_2	P_1	P_2
R					
T					
C_1					
C_2					
P					

Recopier ce tableau et compléter chaque case :

- Par un S lorsque Sophie gagne.
- Par un L lorsque Luc gagne.
- Par un N lorsque la partie est nulle.

(2) Calculer les probabilités des événements suivants :

(a) A : "*la partie est nulle*"

(b) B : "*Sophie gagne*"

(c) C : "*Luc gagne*"

(3) Y a-t-il, du point de vue du contenu des sacs, un joueur avantagé par rapport à l'autre? Justifier la réponse.

E.3 Voici le tableau représentant la loi de probabilité d'un dé truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,15	0,1	0,08	0,17	0,22	0,28

Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

(1) A : "*Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 4*".

(2) B : "*Le nombre obtenu est pair*".

E.4 Voici le tableau représentant la loi de probabilité obtenue par le jet d'un dé truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,11	0,14	0,1	0,15	0,12	0,38

Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

(1) A : "*Le nombre obtenu est strictement inférieur à 4*".

(2) B : "*Le nombre obtenu est impair*".

E.5 Une urne contient des boules rouges, vertes et bleues indiscernables entre elles au toucher. L'expérience aléatoire considérée consiste à tirer une boule au hasard dans l'urne.

On ne connait pas le contenu de l'urne, mais nous connaissons la loi de probabilité de cette expérience aléatoire à travers le tableau ci-dessous :

x	Rouge	Vert	Bleu
$\mathcal{P}(x)$	0,3	0,6	0,1

Sachant que l'urne contient 120 boules au total, déterminer le nombre de boules de chaque couleur.

E.6 On considère un dé truqué à 6 faces. L'expérience aléatoire consiste à lancer le dé et à considérer la valeur de la face supérieure du dé.

Pour k un entier compris entre 1 et 6, on considère l'événement F_k définit par "*la valeur obtenue est k*"

Pour seule information sur le dé, on a :

- Le tableau incomplet de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

X	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$\mathcal{P}(X)$	0,11	0,07		0,2	0,15	

- La probabilité d'obtenir un nombre pair vaut 0,4.

Recopier et compléter le tableau de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Les étapes de votre raisonnement doivent être présent sur la copie à évaluer.

E.7 Une urne contient 12 boules blanches, 5 boules noires et 8 boules bleues indiscernables au toucher. On considère notre univers d'expérience composé des trois événements élémentaires suivants :

- A : "*La boule tirée est blanche*"
- B : "*La boule tirée est noire*"
- C : "*La boule tirée est bleue*"

Compléter le tableau ci-dessous, au centième près, représentant la loi de probabilité de notre expérience :

X	A	B	C
$\mathcal{P}(X)$			

E.8 Une urne contient 20 % de boules rouges, 50 % de boules vertes et le reste est composé de boules bleues. Les boules sont indiscernables au toucher.

L'expérience aléatoire considérée consiste à tirer une boule au hasard dans l'urne.

Déterminer la loi de probabilité de cette expérience.

E.9 Les faces d'un dé tétraédrique sont notées avec les lettres A, B, C et D.
On suppose ce dé parfaitement équilibré.

L'expérience aléatoire consiste à lancer trois fois le dé et de noter, à chaque fois la lettre de la face cachée.
Ainsi, à chaque sortie de l'expérience aléatoire, un mot de trois lettres est construit.

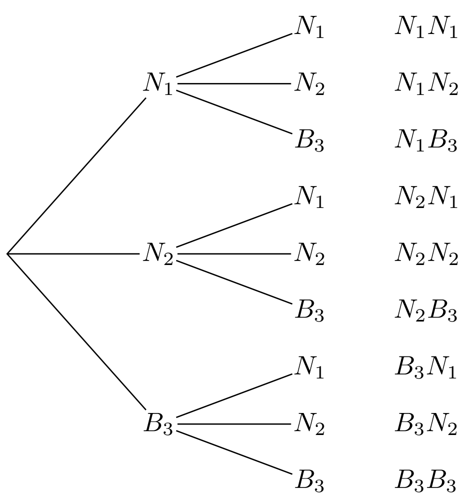
1. Écrire les 64 mots pouvant être obtenus lors de cette expérience aléatoire.
2. Donner la probabilité des événements suivants :
   a. E_1 : "*Le mot obtenu contient exactement une fois la lettre B*" ;
   b. E_2 : "*Le mot obtenu contient exactement deux fois la lettre B*" ;
   c. E_3 : "*Le mot contient la même lettre à la première et troisième place*".
3. On considère le jeu suivant autour de l'expérience aléatoire précédente :
   - Si les trois lettres obtenues sont identiques alors le joueur gagne 5 €.
   - Sinon et si la première lettre et la troisième lettre sont identiques alors le joueur gagne 2 €.
   - Sinon il ne gagne rien.

   On note "$\mathcal{X}=k$" l'événement "*le joueur gagne k €*". Compléter le tableau ci-dessous :

k	0	2	5
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$			

E.10 Une urne contient deux boules noires et une boule blanche ; chacune d'elles est numérotée de 1 à 3. Le jeu consiste à tirer deux boules successivement avec remise : c'est-à-dire une première boule est tirée, puis remise dans l'urne avant de tirer une seconde boule.

Voici un arbre de décision basé sur le tirage de deux boules :



Une fois tirées les deux boules, on considère les deux couleurs obtenues et leur ordre de tirage

(1) Combien d'événements élémentaires composent cette expérience aléatoire?

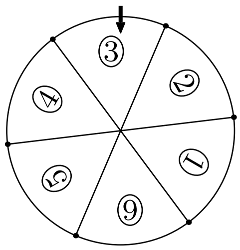
(2) Déterminer la probabilité des événements suivants :

  (a) A : "*La première boule tirée est blanche*".

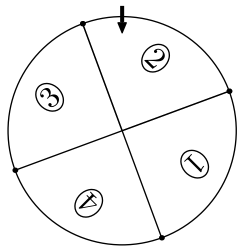
  (b) B : "*Les deux boules tirées sont de couleurs différentes*".

  (c) C : "*La seconde boule est une boule noire*".

E.11 On dispose de deux roues permettant d'obtenir des chiffres : la première roue est numérotée de 1 à 6, la seconde roue est numérotée de 1 à 4 :



Première roue



Seconde roue

Les deux roues sont supposées parfaitement équilibrés et on suppose que pour chaque roue, l'obtention d'un chiffre représente une situation d'équiprobabilité.

(1) On utilise ces deux roues pour construire un entier composé de deux chiffres : la première roue formera le chiffre des dizaines, la seconde roue sera utilisée pour le chiffre des unités.

  (a) Construire l'arbre de choix correspondant à cette situation.

  (b) On considère les événements suivants :
  - A : "*le nombre est composé des deux mêmes chiffres*"
  - B : "*le chiffre des unités est strictement supérieur au chiffre des dizaines*".

  Déterminer la probabilité des événements A et B.

(2) On change les règles du jeu : on additionne les nombres obtenus sur les deux roues.

Est-ce que cette nouvelle expérience représente une situation d'équiprobabilité? Justifier votre réponse.

E.12 Dans une expérience aléatoire, le joueur jette un dé tétraédrique dont les faces sont numérotés de 1 à 4. Ensuite :

- Si la face du dé est paire, le joueur tire une boule dans l'urne A ;
- Si la face du dé est impaire, le joueur tire une boule dans l'urne B.

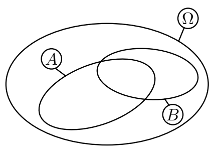
Voici le contenu de ces deux urnes :

- L'urne A contient une boule blanche et une boule noire.
- L'urne B contient deux boules noires.

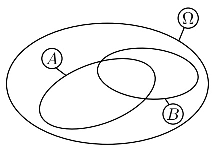
(1) Construire un arbre de choix représentant les différentes sorties de cette expérience aléatoire.

(2) En considérant que les sorties de cette expérience sont équiprobables et qu'on ne considère que la couleur de la boule tirée, décrire la loi de probabilité attribuée à cette expérience aléatoire.

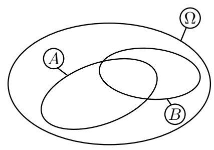
E.13 Ci-dessous sont représentés l'univers Ω d'une expérience aléatoire et deux événements A et B de Ω. Pour chacune des représentations ci-dessous, hachurer l'ensemble demandé.



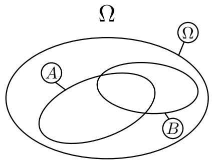
Ω



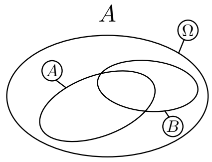
A



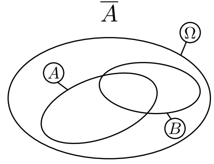
$\overline{A}$



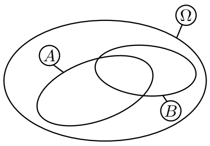
B



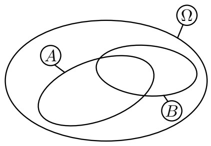
$\overline{B}$



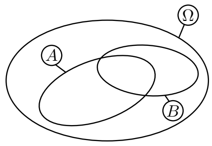
$A \cap B$



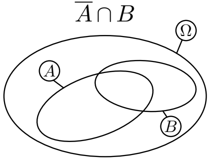
$\overline{A} \cap B$



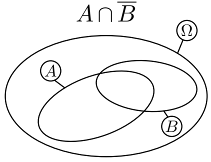
$A \cap \overline{B}$



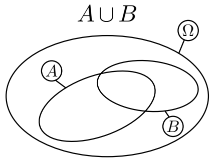
$A \cup B$



$\overline{A} \cup B$



$A \cup \overline{B}$



$\overline{A} \cup \overline{B}$

E.14 La direction d'un établissement scolaire fait le point sur les élèves inscrits en demi-pension :

- L'établissement compte 852 élèves ;
- Au total, il y a 213 élèves inscrits au régime "*externe*" ;
- Pour les filles, 123 filles sont inscrites au régime "*externe*" et 312 sont en demi-pension

(1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	Garçons	Filles	Total
Externe			
Demi-pension			
Total			

(2) On considère les événements :

- G : "*l'élève est un garçon*" ;
- E : "*l'élève est inscrit en externe*".

Déterminer la probabilité des événements suivants :

(a) $\overline{G} \cap E$ (b) $G \cup \overline{E}$ (c) $\overline{(G \cup \overline{G})}$

E.15 On considère un dé équilibré dont les six faces sont numérotées de 1 à 6.

On considère les trois événements suivants :

- A : "*Le nombre obtenu est* 5" ;
- B : "*Le nombre obtenu est strictement supérieur à* 3" ;
- C : "*Le nombre obtenu est impair*" ;

(1) Déterminer la probabilité des événements A, B, C.

(2) On considère les événements ci-dessous :

(a) $A \cup B$ (b) $B \cap C$ (c) $A \cup \overline{B}$ (d) $B \cap \overline{C}$

Décrire chacun de ces événements en citant les événements élémentaires qui les composent, puis donner leur probabilité.

E.16 Un dé dodécaédrique comporte 12 faces identiques numérotées de 1 à 12. On suppose que ses faces ont chacune la même probabilité de sortie.
Lors d'un jet, on note la face supérieure du dé.

On considère les événements :

- A : "*Le nombre obtenu est pair*"
- B : "*Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 9*"
- C : "*Le nombre obtenu est strictement inférieure à 6*"

(1) Déterminer les probabilités des événements A, B et C.

(2) Donner, sans justification, les probabilités des événements suivants :

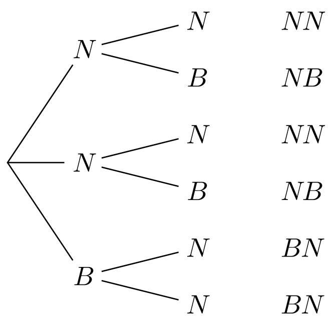
(a) $A \cap B$ (b) $\overline{A} \cap B$ (c) $B \cap C$

(d) $B \cup C$ (e) $B \cap \overline{C}$ (f) $A \cup \overline{C}$

E.17

Une urne contient deux boules noires et une boule blanche ; le jeu consiste à extraire deux boules de l'urne sans remise : la première boule tirée ne sera pas remise dans l'urne.

Ci-contre un arbre de choix représentant les tirages de ce jeu.



(1) En tenant compte de l'ordre de tirage des boules, quel est le nombre possible de tirages différents?

(2) Déterminer la probabilité des événements suivants :

(a) A : "*La première boule tirée est blanche*".

(b) B : "*La seconde boule tirée est blanche*".

(c) C : "*Les deux boules tirées sont de couleurs distinctes*".

(3) Donner les probabilités des événements suivants :

(a) $A \cap B$ (b) $A \cap C$ (c) $\overline{C}$

E.18 On considère un jeu de 32 cartes représenté ci-contre. L'expérience aléatoire consiste à choisir une carte au hasard dans ce jeu.

(1) Pour chacun des événements ci-dessous, déterminer le nombre d'événements élémentaire le composant :

(a) A : "*La carte tirée est un carreau*".

(b) B : "*La carte tirée est un as*".

(c) C : "*La carte tirée est une figure*".

(d) D : "*La carte tirée est de couleur rouge*".

As	R	D	V
♡	♡	♡	♡
♢	♢	♢	♢
♠	♠	♠	♠
♣	♣	♣	♣
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

(2) Déterminer le cardinal de chacun des événements suivants :

(a) $A \cap B$ (b) $B \cap C$ (c) $B \cup D$

E.19

On considère une expérience consistant à tirer au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes et les quatre événements associés :

- A : "*la carte tirée est un roi*" ;
- B : "*la carte tirée est une figure rouge*" ;
- C : "*la carte tirée est un coeur*" ;
- D : "*la carte tirée est un nombre*"

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

(1) Déterminer la probabilité des quatre événements A, B, C et D.

(2) Déterminer la probabilité des événements suivants :

(a) $\overline{A}$ (b) $\overline{A} \cap C$ (c) $A \cap C$ (d) $B \cap C$

(e) $C \cup B$ (f) $\overline{B} \cup C$ (g) $B \cup \overline{C}$

E.20 Une urne contient vingt boules numérotées de 1 à 20 ; les cinq premières sont rouges, les sept suivantes sont bleues, les huit suivantes sont jaunes.

1. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. A : “*La boule tirée porte un numéro pair*” ;
   b. B : “*La boule tirée est rouge*” ;
   c. C : “*La boule tirée est rouge ou porte un numéro pair*” ;
   d. D : “*La boule tirée est rouge et porte un numéro pair*”.
2. L’égalité suivante est-elle vérifiée ?
   $\mathcal{P}\big(A\cup B\big)=\mathcal{P}\big(A\big)+\mathcal{P}\big(B\big)$
   Justifier votre réponse.