

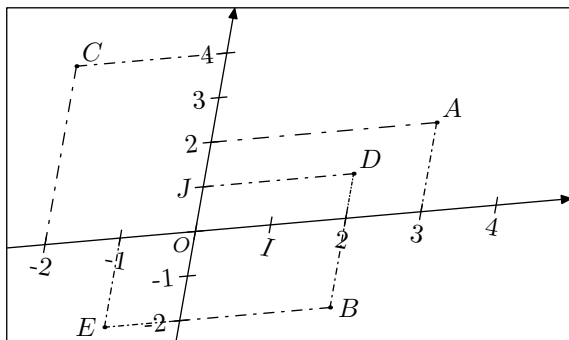
# Seconde - Chapitre 9

C.1

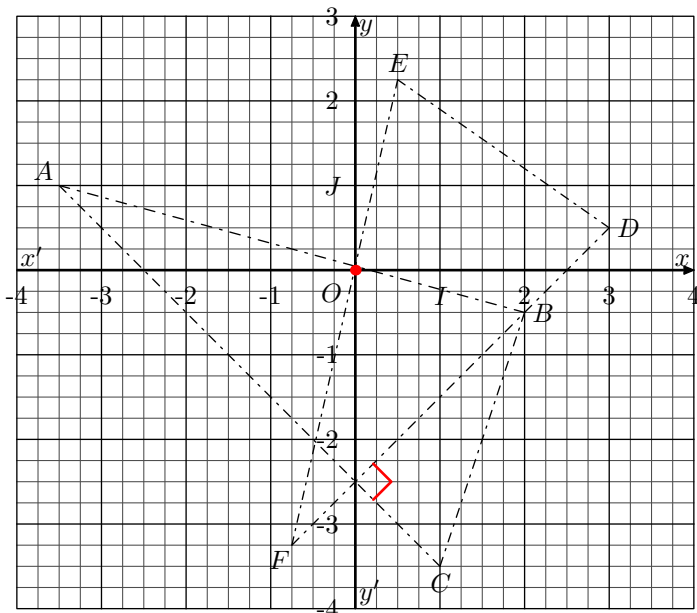
1 Voici les coordonnées des points :

$$A(3;2) \quad ; \quad B(2;-2) \quad ; \quad C(-2;4)$$

2 Voici les points  $D$  et  $E$  représentés :



C.2



C.3

1 Voici les coordonnées des quatre points de cette figure :

$$A(-2;2) \quad ; \quad (0;-2) \quad ; \quad (3;1) \quad ; \quad (1;5)$$

2 a Le milieu  $K$  du segment  $[AC]$  a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{-2 + 3}{2}; \frac{2 + 1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

b Le milieu  $L$  du segment  $[BD]$  a pour coordonnées :

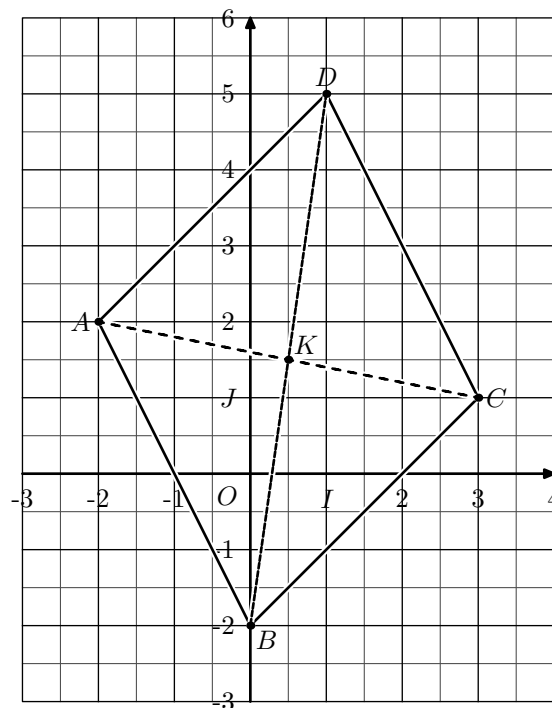
$$L\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right) = \left(\frac{0 + 1}{2}; \frac{(-2) + 5}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

3 On remarque que les points  $K$  et  $L$  ont même coordonnée, ils sont confondus :  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en leur milieu.

Le quadrilatère  $ABCD$  a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

On en déduit que  $ABCD$  est un parallélogramme.



C.4 Des coordonnées des quatre points  $A, B, C, D$ , on en déduit :

• Le milieu  $K$  du segment  $[AC]$  a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right)}{2}; \frac{-\frac{3}{2} + \frac{15}{7}}{2}\right) = \left(\frac{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}}{2}; \frac{-\frac{21}{14} + \frac{30}{14}}{2}\right) = \left(\frac{\frac{1}{6}}{2}; \frac{\frac{9}{14}}{2}\right) = \left(\frac{1}{12}; \frac{9}{28}\right)$$

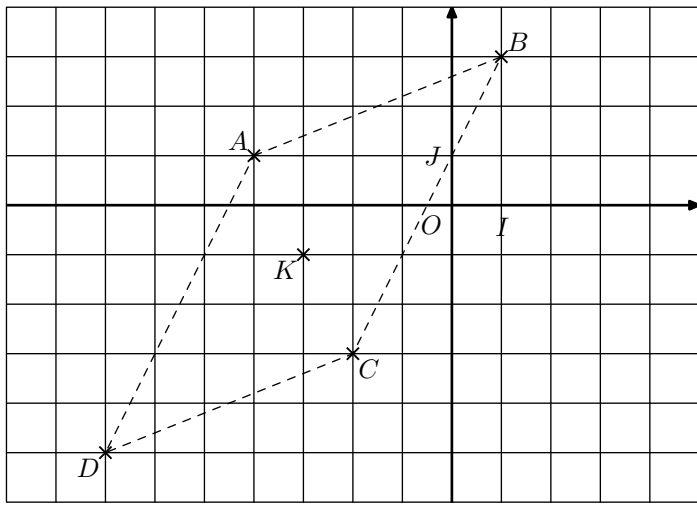
• Le milieu  $L$  du segment  $[BD]$  a pour coordonnées :

$$L\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right) = \left(\frac{-2 + \frac{13}{6}}{2}; \frac{0 + \frac{9}{14}}{2}\right) = \left(\frac{-\frac{12}{6} + \frac{13}{6}}{2}; \frac{\frac{9}{14}}{2}\right) = \left(\frac{\frac{1}{6}}{2}; \frac{9}{28}\right) = \left(\frac{1}{12}; \frac{9}{28}\right)$$

Les diagonales du quadrilatère  $ABCD$  se coupent en leur milieu, on en déduit que  $ABCD$  est un parallélogramme.

C.5

1 Voici la représentation complétée :



- 2 Le point  $K$  milieu du segment  $[AC]$  a pour coordonnée :

$$K\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{(-4) + (-2)}{2}; \frac{1 + (-3)}{2}\right) \\ = \left(\frac{-6}{2}; \frac{-2}{2}\right) = (-3; -1)$$

- 3 a Cherchons le point  $D$  tel que  $K$  soit également le milieu du segment  $[BD]$ ; or, le milieu de  $[BD]$  a pour coordonnée :

$$\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right)$$

Il faut qu'on ait égalité avec les coordonnées du point  $K$  ce qui entraîne les deux égalités suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x_K = \frac{x_B + x_D}{2} & y_K = \frac{y_B + y_D}{2} \\ -3 = \frac{1 + x_D}{2} & -1 = \frac{3 + y_D}{2} \end{array}$$

- b On en déduit séparément les valeurs de l'abscisse et de l'ordonnée du point  $K$  :

$$\begin{array}{l|l} -3 = \frac{1 + x_D}{2} & -1 = \frac{3 + y_D}{2} \\ -6 = 1 + x_D & -2 = 3 + y_D \\ x_D = -7 & y_D = -5 \end{array}$$

Le point  $D$  a pour coordonnées  $D(-7; -5)$ .

#### C.6

- 1  $D$  étant le symétrique du point  $C$  par rapport au point  $B$ , on en déduit que le point  $B$  est le milieu du segment  $[CD]$ .

Les coordonnées du point  $D$  vérifient l'égalité suivante :

$$B(x_B; y_B) = \left(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}\right)$$

On obtient les deux égalités suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x_B = \frac{x_C + x_D}{2} & y_B = \frac{y_C + y_D}{2} \\ -4 = \frac{(-1) + x_D}{2} & 2 = \frac{4 + y_D}{2} \\ -8 = -1 + x_D & 4 = 4 + y_D \\ x_D = -7 & y_D = 0 \end{array}$$

Le point  $D$  a pour coordonnées :  $D(-7; 0)$

- 2 Notons  $M$  le milieu du segment  $[AC]$ . Le point  $M$  a pour coordonnées :

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{3 + (-1)}{2}; \frac{1 + 4}{2}\right) \\ = \left(\frac{2}{2}; \frac{5}{2}\right) = \left(1; \frac{5}{2}\right)$$

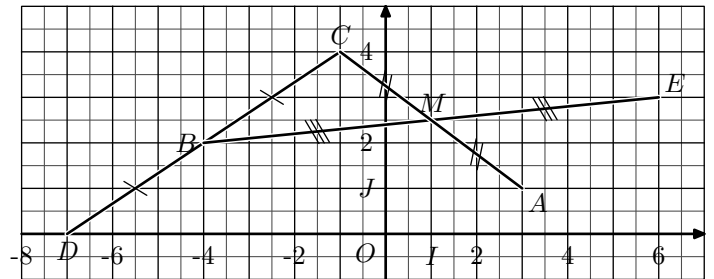
Dans le plan, le point  $E$  est placé de sorte que le segment  $[BE]$  admette le point  $M$  pour milieu. Ainsi, il doit vérifier l'égalité suivante :

$$M(x_M; y_M) = \left(\frac{x_B + x_E}{2}; \frac{y_B + y_E}{2}\right)$$

On en déduit les deux égalités suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x_M = \frac{x_B + x_E}{2} & y_M = \frac{y_B + y_E}{2} \\ 1 = \frac{x_B + x_E}{2} & \frac{5}{2} = \frac{y_B + y_E}{2} \\ 1 = \frac{(-4) + x_E}{2} & \frac{5}{2} = \frac{2 + y_E}{2} \\ 2 = -4 + x_E & 5 = 2 + y_E \\ x_E = 6 & y_E = 3 \end{array}$$

Le point  $E$  a pour coordonnées :  $E(6; 3)$ .



#### C.7

- Le centre du cercle  $\mathcal{C}$  est le milieu du diamètre  $[AB]$ . Le point  $I$  a pour coordonnées :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{2 + 10}{2}; \frac{1 + 7}{2}\right) \\ = \left(\frac{12}{2}; \frac{8}{2}\right) = (6; 4)$$

- Le rayon  $[IA]$  a pour mesure :

$$IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2} \\ = \sqrt{(10 - 6)^2 + (7 - 4)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} \\ = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

#### C.8

On a les longueurs suivantes :

- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ = \sqrt{(2 - 1)^2 + (-1 - 2)^2} \\ = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$
- $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (1 - 2)^2} \\ = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

On en déduit l'égalité suivante :  $AB = AC$ .  
Le triangle  $ABC$  est un triangle isocèle en  $A$ .

#### C.9

Pour montrer que le triangle  $ABC$  est isocèle en  $C$ , nous allons effectuer la mesure des deux segments suivants :

$$\begin{aligned} \bullet AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{\left[\frac{9}{2} - (-1)\right]^2 + [-2 - (-1)]^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{9}{2} + 1\right)^2 + (-1)^2} = \sqrt{\frac{121}{4} + 1} = \sqrt{\frac{125}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{9}{2} - 2\right)^2 + (-2 - 3)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + 25} = \sqrt{\frac{125}{4}} \end{aligned}$$

Ainsi, on vient de montrer que  $AC=BC$ : le triangle  $ABC$  est isocèle en  $C$ ;

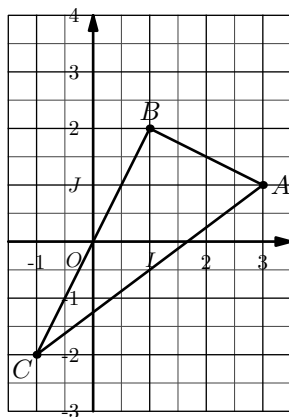
#### Remarque:

Les longueurs  $AC$  et  $BC$  peuvent se simplifier ainsi:

$$\sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{25 \times 5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

#### C.10

1) Voici le graphique complété:



2) Déterminons les mesures des côtés du triangle  $ABC$ :

$$\begin{aligned} \bullet AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(1 - 3)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \\ \bullet AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-1 - 3)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \\ \bullet BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} \end{aligned}$$

Avec les différentes longueurs obtenues à la question 1), on remarque l'égalité:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Si un triangle vérifie l'égalité de Pythagore, alors ce triangle est rectangle. (ce raisonnement revient à utiliser la réciproque du théorème de Pythagore).

On en déduit que le triangle  $ABC$  est un triangle rectangle en  $B$ .

C.11 On a les calculs suivants de longueur:

$$\begin{aligned} \bullet DE &= \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_E - y_D)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (-2 - (-1))^2} \\ &= \sqrt{(+1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet DF &= \sqrt{(x_D - x_F)^2 + (y_D - y_F)^2} \\ &= \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-1 - 2)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} \end{aligned}$$

L'expression de la distance  $DF$  admet également la simplification:

$$DF = \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \bullet EF &= \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} \\ &= \sqrt{(0 - (-2))^2 + (2 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} \end{aligned}$$

La longueur  $EF$  admet aussi pour expression simplifiée:

$$EF = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

On remarque l'égalité suivante:  $EF^2 = DE^2 + DF^2$

Si un triangle vérifie l'égalité de Pythagore alors ce triangle est un triangle rectangle. (ce raisonnement revient à utiliser la réciproque du théorème de Pythagore)

Le triangle  $DEF$  est un triangle rectangle en  $D$ .

C.12 Voici les coordonnées de ces quatre vecteurs:

$$\overrightarrow{A_1B_1}(5; 4) \quad ; \quad \overrightarrow{A_2B_2}(-2; 4)$$

$$\overrightarrow{A_3B_3}(4; -2) \quad ; \quad \overrightarrow{A_4B_4}(-4; -7)$$

#### C.13

1) On a les coordonnées des vecteurs:

$$\overrightarrow{AB}(1; -5) \quad ; \quad \overrightarrow{CD}(6; 0,5) \quad ; \quad \overrightarrow{EF}(2; 2)$$

2) a) Voici les coordonnées des points:

$$G(6; 0,5) \quad ; \quad H(3; 3) \quad ; \quad K(1,5; 3)$$

$$L(-3; 2,5) \quad ; \quad M(-1,5; -1) \quad ; \quad N(3; -2)$$

b) On a les coordonnées de vecteurs:

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{GH}(x_H - x_G; y_H - y_G) \\ &= (3 - 6; 3 - 0,5) = (-3; 2,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{KL}(x_L - x_K; y_L - y_K) \\ &= (-3 - 1,5; 2,5 - 3) = (-4,5; -0,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{MN}(x_N - x_M; y_N - y_M) \\ &= (3 - (-1,5); -2 - (-1)) = (4,5; -1) \end{aligned}$$

#### C.14

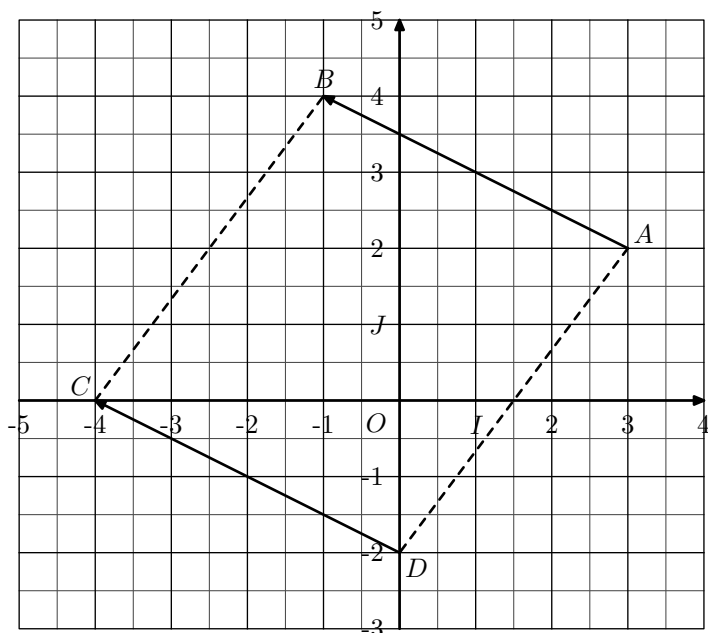
$$\begin{aligned} 1) \quad \bullet \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \\ &= (-1 - 3; 4 - 2) = (-4; 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{DC}(x_C - x_D; y_C - y_D) \\ &= (-4 - 0; 0 - (-2)) = (-4; 2) \end{aligned}$$

b) Ces deux vecteurs sont égaux, car ils ont les mêmes coordonnées:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

c) Puisque  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ , alors le quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme.

2) Voici les quatre points placés dans le plan:



C.15

- ① Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  a pour coordonnées :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) &= (3 - (-4); 4 - (-1)) \\ &= (3 + 4; 4 + 1) = (7; 5)\end{aligned}$$

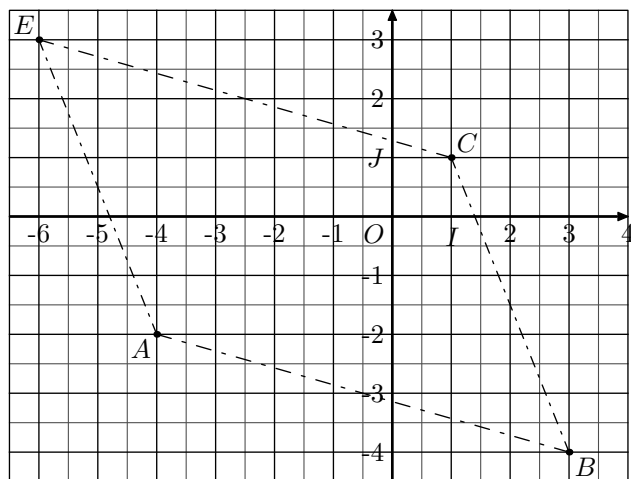
- ② a) Le vecteur  $\overrightarrow{CD}$  a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) = (0 - (-4); -2 - (-1)) = (4; -1)$$

- b) Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  ayant les mêmes coordonnées, on en déduit que ces deux vecteurs sont égaux.

Puisque  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ , on en déduit que le quadrilatère  $ABDC$  est un parallélogramme.

- ③ Voici les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$  placés dans le repère ci-dessous pour former un parallélogramme :



Les coordonnées du point  $E$  sont :  $(-6; 3)$

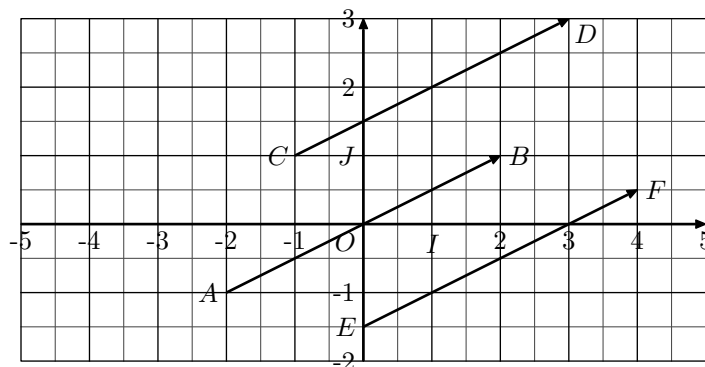
C.16) Déterminons les coordonnées des vecteurs suivants :

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = (-0,5 - 2; -1 - 2) = (-2,5; -3)$
- $\overrightarrow{DC}(x_C - x_D; y_C - y_D) = (-2 - 0,5; 0,5 - 3,5) = (-2,5; -3)$

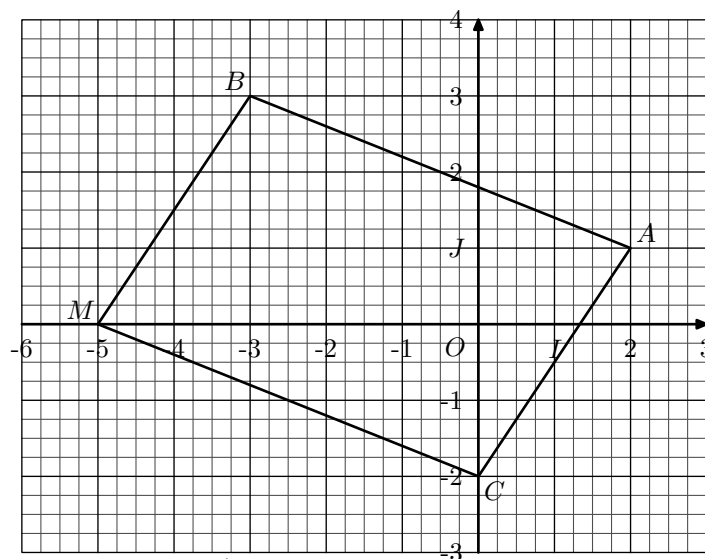
En remarquant que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DC}$  ont même coordonnées, on en déduit que ces deux vecteurs sont égaux.

Puisque  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ , on en déduit que le quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme.

C.17



C.18



- ② Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = (-3 - 2; 3 - 1) = (-5; 2)$$

- ③ a) Le vecteur  $\overrightarrow{CM}$  a pour coordonnées :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CM}(x_M - x_C; y_M - y_C) &= (x_M - 0; y_M - (-2)) \\ &= (x_M; y_M + 2)\end{aligned}$$

Le quadrilatère  $ABMC$  est un parallélogramme. On en déduit l'égalité vectorielle :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$$

Cette égalité de vecteurs entraîne l'égalité de leurs coordonnées ; en identifiant leur abscisse et leur ordonnée, on obtient les deux égalités suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x_M = -5 & y_M + 2 = 2 \\ & y_M = 2 - 2 \\ & y_M = 0 \end{array}$$

Le point  $M$  a pour coordonnées  $(-5; 0)$

C.19

- ① Pour que  $ACBK$  soit un parallélogramme, il est nécessaire d'avoir l'égalité :  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KB}$ .

- ② Déterminons les coordonnées de ces deux vecteurs :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) &= (-2 - 1; 1 - 2) = (-3; -1)\end{aligned}$$

$$\bullet \overrightarrow{KB}(x_B - x_K; y_B - y_K) \\ = (-1 - x_K; 4 - y_K)$$

Or, deux vecteurs égaux ont les mêmes coordonnées : on en déduit les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} -3 = -1 - x_K & -1 = 4 - y_K \\ -x_K = -3 + 1 & -y_K = -1 - 4 \\ -x_K = -2 & -y_K = -5 \\ x_K = 2 & y_K = 5 \end{array}$$

Le point  $K$  a pour coordonnées  $(2; 5)$

**C.20**

a)  $\det(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = 2 \times 4 - 3 \times (-1) = 8 + 3 = 11$

b)  $\det(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = -5 \times (-2) - 2 \times 1 = 10 - 2 = 8$

**C.21** Voici les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\bullet \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \\ = (1 - 3; -1 - (-5)) = (-2; 4)$$

$$\bullet \overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) \\ = (18 - 13; -8 - 2) = (5; -10)$$

Le déterminant des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  a pour valeur :  
 $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = -2 \times (-10) - 4 \times 5 = 20 - 20 = 0$

D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les deux vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont colinéaires.

**C.22** On a les coordonnées de vecteurs :

$$\bullet \overrightarrow{DE}(x_E - x_D; y_E - y_D) \\ = (-3 - 5; 10 - (-2)) = (-8; 12)$$

$$\bullet \overrightarrow{FG}(x_G - x_F; y_G - y_F) \\ = (3 - (-3); -11 - (-2)) = (6; -9)$$

Déterminons le déterminant de ces deux vecteurs :

$$\det(\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{FG}) = -8 \times (-9) - 6 \times 12 = 72 - 72 = 0$$

D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les vecteurs  $\overrightarrow{DE}$  et  $\overrightarrow{FG}$  sont colinéaires.

Les vecteurs  $\overrightarrow{DE}$  et  $\overrightarrow{FG}$  étant colinéaires, on en déduit que les droites  $(DE)$  et  $(FG)$  sont parallèles.

**C.23** On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

$$\bullet \overrightarrow{OP}(x_P - x_O; y_P - y_O) = (14 - 49; 5 - (-100)) \\ = (-35; 5 + 100) = (-35; 105)$$

$$\bullet \overrightarrow{QR}(x_R - x_Q; y_R - y_Q) = (-58 - 1; 92 - (-85)) \\ = (-59; 92 + 85) = (-59; 177)$$

Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det(\overrightarrow{OP}; \overrightarrow{QR}) = -35 \times 177 - (-59) \times 105 \\ = -6195 + 6195 = 0$$

D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les deux vecteurs  $\overrightarrow{OP}$  et  $\overrightarrow{QR}$  sont colinéaires.

Les vecteurs  $\overrightarrow{OP}$  et  $\overrightarrow{QR}$  étant colinéaire, on en déduit que les droites  $(OP)$  et  $(QR)$  sont parallèles.

**C.24** On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

$$\bullet \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \\ = (1 - (-3); 5 - (-1)) = (1 + 3; 5 + 1) = (4; 6)$$

$$\bullet \overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) \\ = (-1 - (-3); 2 - (-1)) = (-1 + 3; 2 + 1) = (2; 3)$$

Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = 4 \times 3 - 2 \times 6 = 12 - 12 = 0$$

D'après le critère de colinéarité, les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires.

Ainsi, les droites  $(AB)$  et  $(AC)$  sont parallèles et ont le point  $A$  en commun. On en déduit que les points  $A, B, C$  sont alignés.

**C.25** Déterminons les coordonnées des vecteurs :

$$\bullet \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = (-2 - 2; 2 - (-5)) = (-4; 7)$$

$$\bullet \overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) = \left(2 - (-4); -\frac{11}{2} - 5\right) \\ = \left(2 + 4; -\frac{11}{2} - \frac{10}{2}\right) = \left(6; -\frac{21}{2}\right)$$

Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = -4 \times \left(-\frac{21}{2}\right) - 6 \times 7 = 42 - 42 = 0$$

D'après le critère de colinéarité, les deux vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont colinéaires : les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

**C.26** On a les coordonnées de vecteurs suivants :

$$\bullet \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = (2 - (-5); 4 - 1) = (7; 3)$$

$$\bullet \overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) \\ = (3 - (-1); y_D - (-2)) = (4; y_D + 2)$$

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  étant parallèles, on en déduit que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont colinéaires.

D'après le critère de colinéarité, on a le déterminant de ces deux vecteurs est nul :

$$\begin{aligned} \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) &= 0 \\ 7 \cdot (y_D + 2) - 4 \times 3 &= 0 \\ 7 \cdot y_D + 14 - 12 &= 0 \\ 7 \cdot y_D + 2 &= 0 \\ 7 \cdot y_D &= -2 \\ y_D &= -\frac{2}{7} \end{aligned}$$

Le point  $D$  a pour coordonnées  $D\left(3; -\frac{2}{7}\right)$ .

**C.27**

1) La droite  $(AB)$  admet pour vecteur directeur :

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2 - (-3); -1 - 2) \\ = (2 + 3; -3) = (5; -3)$$

La droite  $(CD)$  admet pour vecteur directeur :

$$\overrightarrow{CD} = (x_D - x_C; y_D - y_C) = (7 - 1; 2 - 5) = (6; -3)$$

Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 5 \times (-3) - (-3) \times 6$$

$$= -15 - (-18) = 3 \neq 0$$

D'après le critère de colinéarité, les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  ne sont pas colinéaires : les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  ne sont pas parallèles.

- 2 Le point  $E$  ayant pour abscisse le nombre 7, ses coordonnées sont de la forme :  $E(7; y)$

Ainsi, le vecteur  $\overrightarrow{CE}$  a, en fonction de  $y$ , ses coordonnées :

$$\overrightarrow{CE}(x_E - x_C; y_E - y_C) = (7 - 1; y - 5) = (6; y - 5)$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CE}$  étant colinéaires, d'après le critère de colinéarité, on en déduit :

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CE}) = 0$$

$$5 \times (y - 5) - 6 \times (-3) = 0$$

$$5 \cdot y - 25 + 18 = 0$$

$$5 \cdot y - 7 = 0$$

$$5 \cdot y = 7$$

$$y = \frac{7}{5}$$

Ainsi, le point  $E$  doit avoir pour coordonnées  $E\left(7; \frac{7}{5}\right)$