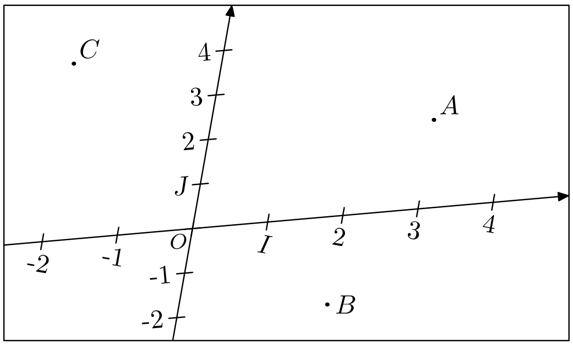
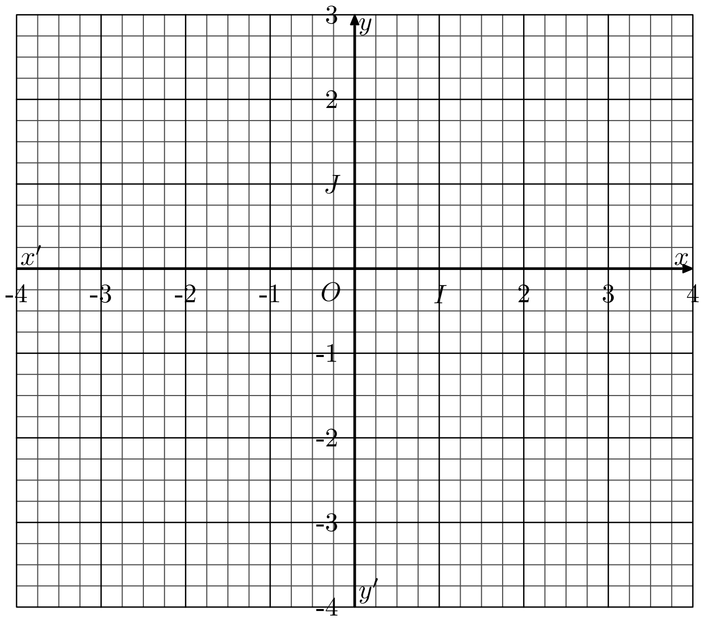
Seconde - Chapitre 9

E.1 On considère le repère $(O\,;I\,;J)$ quelconque représenté ci-dessous et les trois points A, B, C :



1. Donner les coordonnées des points A, B, C.
2. Placer les points D et E de coordonnées :
   $D(2\,;1)$; $E(-1\,;-2)$

E.2 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\,I\,;\,J)$ orthonormé représenté ci-dessous :

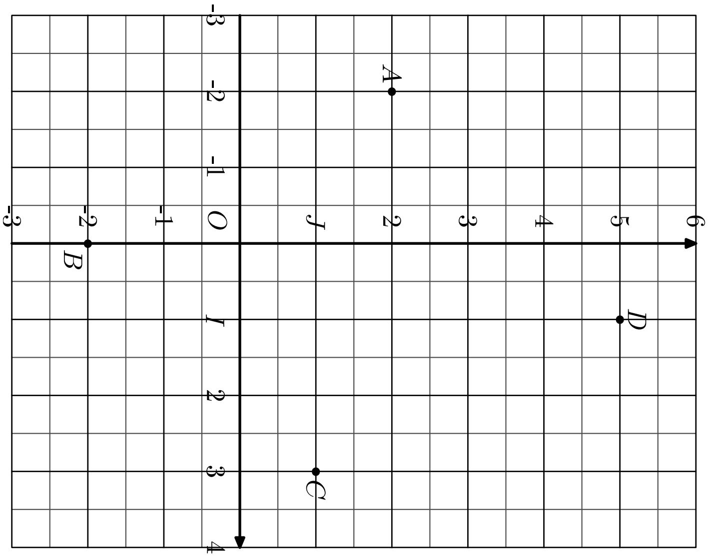


1. a. Placer les points :
   $A\left(-\dfrac{7}{2}\,;1\right)$; $B\left(2\,;-\dfrac{1}{2}\right)$; $C\left(1\,;-\dfrac{7}{2}\right)$
   b. Tracer le triangle ABC.
2. a. Placer les points :
   $D\left(3\,;\dfrac{1}{2}\right)$; $E\left(\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{9}{4}\right)$; $F\left(-\dfrac{3}{4}\,;-\dfrac{13}{4}\right)$
   b. Tracer le triangle DEF.

E.3

Proposition : dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$. Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :
$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et des quatre points A, B, C et D indiqués ci-dessous :



① Donner les coordonnées des points A, B, C.

② ⓐ Soit K le milieu du segment $[AC]$, déterminer les coordonnées de K.

ⓑ Soit L le milieu de $[BD]$, déterminer les coordonnées du point L.

③ En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

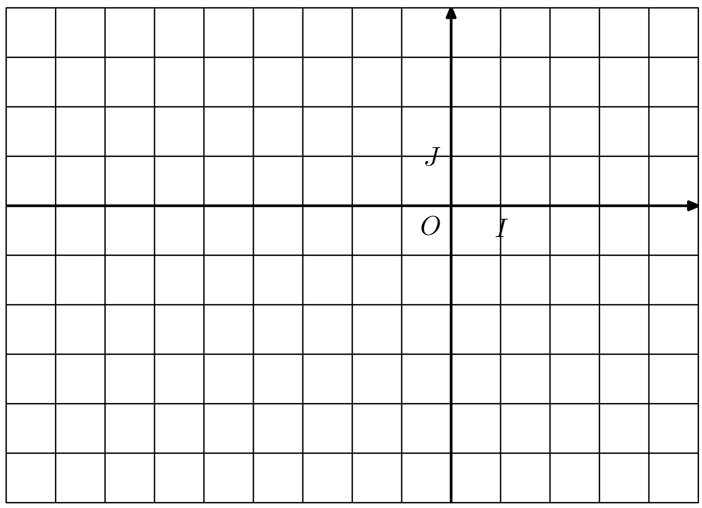
E.4 Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$A\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{3}{2}\right)$; $B(-2\,;0)$; $C\left(-\frac{1}{3}\,;\frac{15}{7}\right)$; $D\left(\frac{13}{6}\,;\frac{9}{14}\right)$

Établir que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

E.5 On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points suivants déterminés par leurs coordonnées :

$A(-4\,;1)$; $B(1\,;3)$; $C(-2\,;-3)$.



① Placer sur le repère ci-dessus les points A, B, C.

② Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$.

③ Cherchons les coordonnées du point $D(x_D\,;y_D)$ afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme :

ⓐ Justifier que les coordonnées du point D doivent vérifier les deux égalités suivantes :

$$\frac{1+x_D}{2} = -3 \quad ; \quad \frac{3+y_D}{2} = -1$$

ⓑ Déduire des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis, placer ce point dans le repère.

E.6 Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ du plan, on considère les points :

$A(3\,;1)$; $B(-4\,;2)$; $C(-1\,;4)$

① On considère le point D symétrique du point C par rapport au point B.

Déterminer les coordonnées du point D.

2. Soit E le point du plan tel que les segments $[AC]$ et $[BE]$ aient même milieu.
   Déterminer les coordonnées du point E.

E.7 Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ et deux points $A(2\,;1)$ et $B(10\,;7)$ diamétralement opposés sur le cercle $\mathscr{C}$.

Déterminer les coordonnées du point I centre du cercle $\mathscr{C}$ et la mesure du rayon du cercle.

E.8 On munit le plan d'un repère orthonormé $\left(O\,;I\,;J\right)$. On considère les trois points :
$A(1\,;2)$; $B(2\,;-1)$; $C(-2\,;1)$

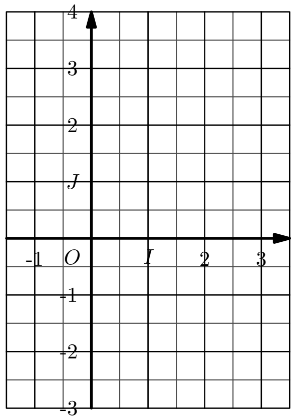
Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A.

E.9 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B, C de coordonnées respectives :
$A(-1\,;-1)$; $B(2\,;3)$; $C\left(\dfrac{9}{2}\,;-2\right)$.

Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.

E.10

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;I\,;J\right)$ les trois points :
$A(3\,;1)$; $B(1\,;2)$; $C(-1\,;-2)$

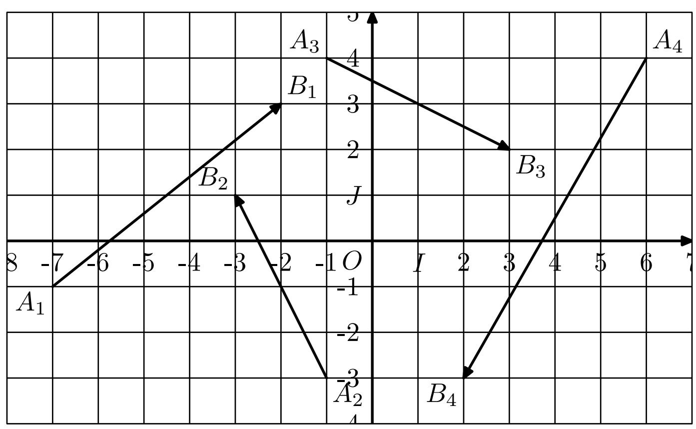


1. Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessus.
2. Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle. On précisera le sommet de son angle droit.

E.11 On munit le plan d'un repère orthonormé $\left(O\,;I\,;J\right)$. On considère les trois points suivants :
$D(-3\,;-1)$; $E(-2\,;-2)$; $F(0\,;2)$

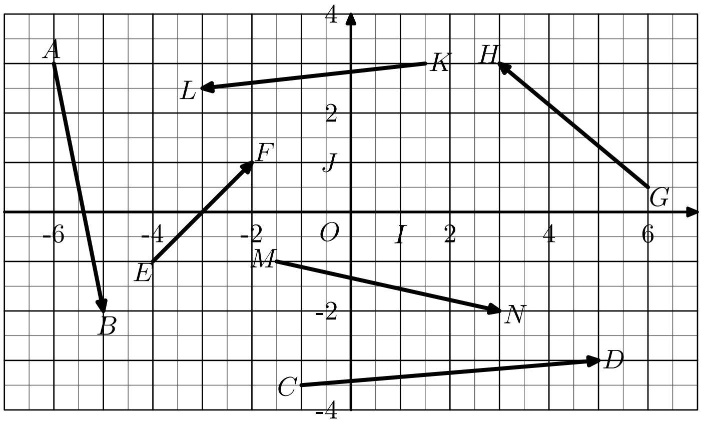
Démontrer que le triangle DEF est rectangle en D.

E.12 Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, sont représentés quatre vecteurs :



Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatre vecteurs.

E.13



1 Graphiquement, déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$.

2 a Donner les coordonnées des points G, H, K, L, M et N.

b En déduire, par le calcul, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$.

E.14 On considère le plan muni d'un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$. On considère les quatre points suivants dont les coordonnées sont données :

$A(3\,;2)$; $B(-1\,;4)$; $C(-4\,;0)$; $D(0\,;-2)$

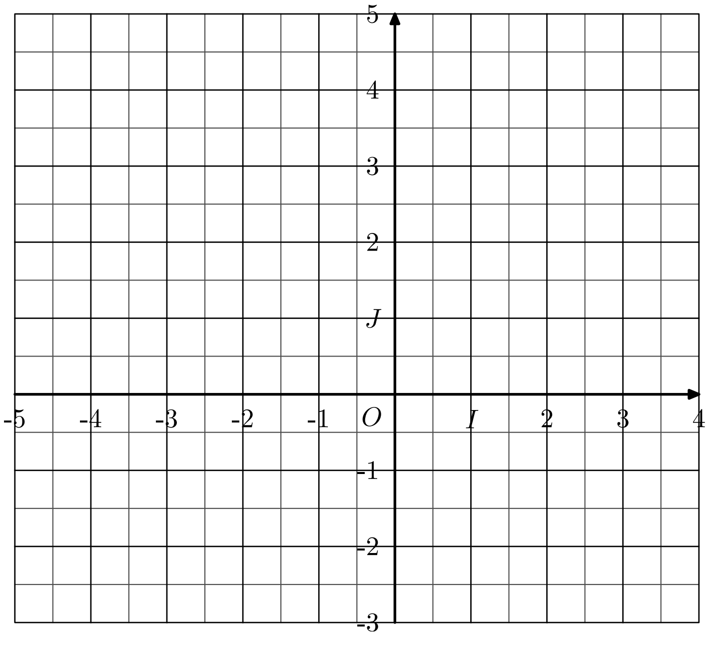
1 **Par le calcul :**

a Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

b Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$? Justifier.

c Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

2 **Observons :** dans le repère ci-dessous, placer les quatre points et vérifier les résultats de la question 1.



E.15 On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ et les points A et B de coordonnées :

$A(-4\,;-2)$; $B(3\,;-4)$

1 Montrer que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB}(7\,;-2)$.

2 On considère les deux points C et D de coordonnées :

$C(1\,;1)$; $D(8\,;-1)$

a Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

b Nommer le parallélogramme formé par les quatre points A, B, C et D.

3 Sans justification, donner les coordonnées du point E tel que le quadrilatère $ABCE$ soit un parallélogramme.

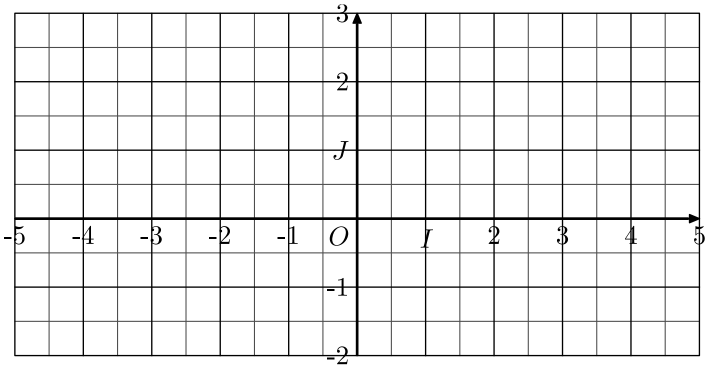
E.16 Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

$A(2\,;2)$; $B(-0{,}5\,;-1)$; $C(-2\,;0{,}5)$; $D(0{,}5\,;3{,}5)$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

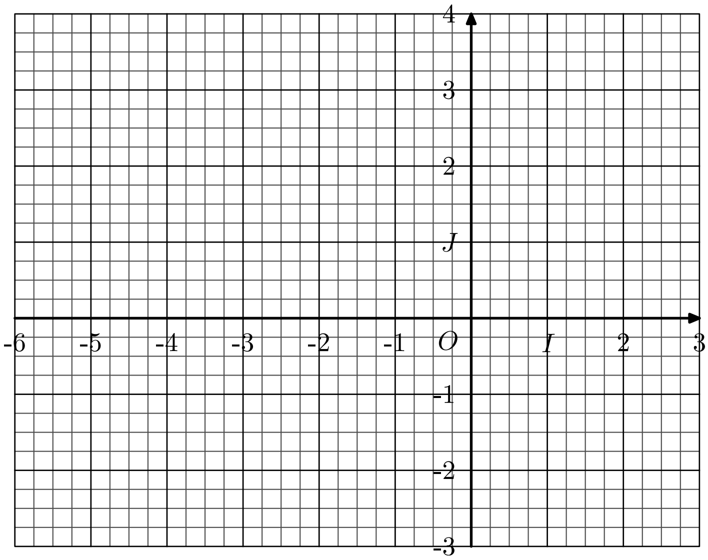
E.17 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et les deux points A et B de coordonnées : $A(-2\,;-1)$; $B(2\,;1)$

1. Placer les points A et B dans le repère ci-dessous :



2. Soit $C(-1\,;1)$ un point du plan.
   Sans justification, donner les coordonnées du point D tel que : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$
3. Soit $F(4\,;0{,}5)$ un point du plan.
   Sans justifications, donner les coordonnées du point E tel que : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$

E.18 Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé dont l'unité graphique est le centimètre.



On considère les trois points suivants :
$A(2\,;1)$; $B(-3\,;3)$; $C(0\,;-2)$

1. Placer les points A, B et C.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. a. Déterminer les coordonnées du point M afin que le quadrilatère $ABMC$ soit un parallélogramme.
   b. Tracer le parallélogramme $ABMC$.

E.19 Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les points : $A(1\,;2)$; $B(-1\,;4)$; $C(-2\,;1)$

On considère un point K tel que $ACBK$ soit un parallélogramme :

1. Donner une relation vectorielle caractérisant le point K.
2. Déterminer les coordonnées du point K.

E.20

Définition : soit $\overrightarrow{u}\,(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}\,(x'\,;y')$, on appelle **déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$**, noté $\det(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v})$, défini par :
$\det(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v}) = x{\times}y' - x'{\times}y$

Pour chacun des couples de vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ défini ci-dessous, déterminer la valeur de $\det(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v})$:

a $\overrightarrow{u}\,(2\,;-1)$; $\overrightarrow{v}\,(3\,;4)$

b $\overrightarrow{u}\,(-5\,;1)$; $\overrightarrow{v}\,(2\,;-2)$

E.21

Proposition : Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.
Les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires entre eux si, et seulement si, leur déterminant est nul.

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ et les quatre points :

$A(3\,;-5)$; $B(1\,;-1)$; $C(13\,;2)$; $D(18\,;-8)$

Établir que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

E.22 Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\big)$ orthonormé, on considère les points :

$D(5\,;-2)$; $E(-3\,;10)$; $F(-3\,;-2)$; $G(3\,;-11)$

Montrer que les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

Indication : pour montrer que les droites (DE) et (FG) sont parallèles, il suffit de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires.

E.23 Dans le plan, on considère le repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ et les points :

$O(49\,;-100)$; $P(14\,;5)$; $Q(1\,;-85)$; $R(-58\,;92)$

Déterminer si les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

E.24 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$, on considère les trois points :
$A(-3\,;-1)$; $B(1\,;5)$; $C(-1\,;2)$

Montrer que les points A, B, C sont alignés.

E.25 Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\big)$, on considère les quatre points :

$A(2\,;-5)$; $B(-2\,;2)$; $C(-4\,;5)$; $D\left(2\,;-\dfrac{11}{2}\right)$

Justifier que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

E.26 On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\big)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$A(-5\,;1)$; $B(2\,;4)$; $C(-1\,;-2)$; $D(3\,;y_D)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

E.27 On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\big)$ et les quatre points :
$A(-3\,;2)$; $B(2\,;-1)$; $C(1\,;5)$; $D(7\,;2)$

1. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles?

2. Déterminer les coordonnées du point E ayant pour abscisse 7 afin que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE}$ soient colinéaires.