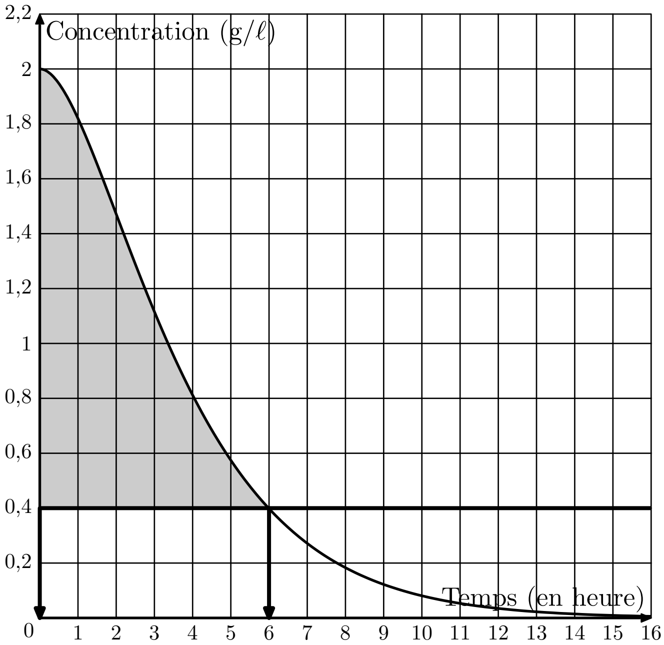
C.1

- La concentration initiale correspond au temps 0.
On remarque que le point d'abscisse 0 de la courbe a pour coordonnées $(0\,;2)$
Ainsi, la concentration initiale était de $2\,{}^{g}\!/\!_{\ell}$.

- La concentration est supérieure ou égale à 0,4 gramme par litre entre $0\,h$ et $6\,h$ après l'injection.

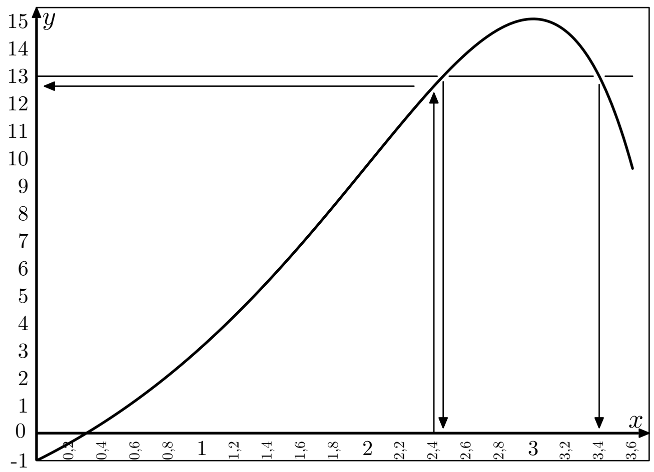


C.2

1. D'après la représentation graphique de la fonction B :
$B(2{,}4) \approx 12{,}8$

Ainsi, lorsque l'entreprise produit et vend 2 400 poulies par semaine, on en déduit que le bénéfice réalisé est de 12 800 €.

2. D'après la représentation graphique de la fonction B, les antécédents du nombre 13 ont pour valeurs approchées 24,5 et 3,4.
Ainsi, pour réaliser un bénéfice de 13 000 €, l'entreprise peut produire et vendre 2 450 poulies ou 3 400 poulies.



C.3

1. Durant la journée du 2 juillet :
   a. à $0h$, la valeur du CAC 40 était de 4 200.
   b. à $6h$, le CAC 40 atteint une valeur de 4 225.
   c. à midi, cette valeur était de 4 250.
   d. à 18h, la valeur du CAC 40 était de 4 250.

2. a. Le CAC 40 a atteint la valeur de 4 200 une seule fois entre le 1er juillet et le 6 juillet : c'était le 2 juillet à $0h$.
   b. Le CAC 40 a atteint 4 fois la valeur de 4 300 aux dates suivantes :
   - Le 1er juillet à $6h$;
   - Le 4 juillet à midi ainsi qu'à $18h$;
   - Le 5 juillet à $0h$.

3. a. La phrase "*Ce graphique donne la date en fonction de la valeur du CAC* 40" ne représente pas ce graphique.
De plus, une telle phrase ne peut définir une fonction, car à une valeur du CAC 40 peut correspondre plusieurs dates sur la période utilisée.
   b. Voici la phrase définissant au mieux ce graphique :
   "*Ce graphique donne la valeur du CAC* 40 *en fonction de la date*"

C.4

1. a. Pour $x=2$, le dénominateur définissant l'image de x sera nul : on ne peut pas obtenir l'image de 2 par la fonction f ;
   b. Le dénominateur de la fraction définissant la fonction g s'annule pour :
$$3x+3=0$$
$$3x=-3$$
$$x=-1$$
La fonction g ne peut pas donner l'image de -1.
   c. Le carré d'un nombre étant toujours positif, le dénominateur est strictement positif pour toute valeur de x.

2. a. On ne peut pas calculer l'image de 5 par la fonction j, car l'expression sous le radical est strictement négatif pour $x=5$:
$$1-2x=1-2\times5=1-10=-9$$
   b. La fonction k ne peut donner l'image d'un nombre lorsque l'expression sous le radical est strictement négatif : cela arrive lorsque $x<-4$.
Ainsi, la fonction k n'est pas définie sur l'intervalle :
$$]-\infty\,;-4[.$$

C.5

1.
- $f(2)=2\times2-1=4-1=3$
L'image de 2 par la fonction f est 3.
- $g(2)=\sqrt{2-1}=\sqrt{1}=1$
La fonction g admet 1 comme image du nombre 2.
- $h(2)=\dfrac{1}{2+1}=\dfrac{1}{3}$
$\dfrac{1}{3}$ est l'image du nombre 2 par la fonction h.

2.
- $f(-1)=2\times(-1)-1=-3$
L'image du nombre -1 par la fonction f est -3.
- La racine carrée n'est pas définie pour une valeur néga-

tive. Or, pour la valeur -1, l'expression sous le radical prend la valeur :
$x-1=-1-1=-2$
L'image de -1 n'est pas définie par la fonction g.

- Un quotient n'est pas défini lorsque son dénominateur est nul.
Or, le dénominateur de la fonction h s'annule pour la valeur -1 : la fonction h ne définit pas l'image de -1.

3
- $\mathcal{D}_f=\mathbb{R}$
- $\mathcal{D}_g=[1\,;+\infty[$
- $\mathcal{D}_h=\mathbb{R}\backslash\{-1\}=]-\infty\,;-1[\cup]-1\,;+\infty[$

C.6

a $f(x)=\dfrac{10-2\times 2}{3\times 2}=\dfrac{10-4}{6}=\dfrac{6}{6}$

b $g(x)=2^2-2\times 2+1=4-4+1=1$

C.7

1 L'expression algébrique de la fonction f est :
$f(x)=0{,}5\times\big(x-1\big)$

2 On a le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	$-0{,}5$	0	1	$3{,}2$
$f(x)$	$-1{,}5$	-1	$-0{,}75$	$-0{,}5$	0	$1{,}1$

C.8

x	$1{,}5$	1	$-\dfrac{1}{3}$
$f(x)$	$2{,}5$	1	-3
$g(x)$	$2{,}25$	1	$\dfrac{1}{9}$
$h(x)$	$\dfrac{4}{7}$	1	-1

C.9 Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
g(x)&=2{,}5\\
1{,}2x+0{,}1&=2{,}5\\
1{,}2x&=2{,}5-0{,}1\\
1{,}2x&=2{,}4\\
x&=\frac{2{,}4}{1{,}2}\\
x&=2
\end{aligned}$$

Le nombre 2 est l'unique antécédent de 2,5 par la fonction g.

C.10

1 L'expression algébrique de la fonction f est :
$f(x)=0{,}5\times\big(x-1\big)$

2 On a le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	0	$3{,}2$
$f(x)$	$-1{,}5$	$-0{,}5$	$1{,}1$

3 Pour déterminer l'antécédent du nombre $-4{,}2$ par la fonction f, on résout l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned}
f(x)&=-4{,}2\\
0{,}5\times\big(x-1\big)&=-4{,}2\\
x-1&=\frac{-4{,}2}{0{,}5}\\
x-1&=-8{,}4\\
x&=-8{,}4+1\\
x&=-7{,}4
\end{aligned}$$

C.11

1 L'expression de la fonction f est :
$f(x)=0{,}8x+1{,}4$

Voici le tableau de valeurs complété :

x	-5	1	10
$f(x)$	$-2{,}6$	$2{,}2$	$9{,}4$

2 Déterminons l'antécédent du nombre 3 par la fonction f en posant l'équation :

$$\begin{aligned}
f(x)&=3\\
0{,}8x+1{,}4&=3\\
0{,}8x&=3-1{,}4\\
0{,}8x&=1{,}6\\
x&=\frac{1{,}6}{0{,}8}\\
x&=2
\end{aligned}$$

L'antécédent du nombre 3 par la fonction f est le nombre 2.

C.12

1 La droite d'équation $x=4$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(4\,;1{,}5)$.
L'image du nombre 4 par la fonction f est 1,5.

2 La droite d'équation $y=1$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(3\,;1)$.
Le nombre 1 admet un antécédent par la fonction f qui est : $x=3$

C.13

1 La droite d'équation $x=1$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(1\,;0{,}5)$. On en déduit que l'image de 1 est 0,5 : $f(1)=0{,}5$

2 La droite d'équation $y=1{,}25$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points de coordonnées $(-1\,;1{,}25)$ et $(0{,}25\,;1{,}25)$. On en déduit que les antécédents de 1,25 sont : -1 et $0{,}25$.

C.14

1 a La droite d'équation $x=0{,}5$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(0{,}5\,;2)$. Ainsi, l'image du nombre 0,5 par la fonction f a pour valeur 2.

b La droite d'équation $y=-1$ intercepte la courbe aux points de coordonnées :
$(-3\,;-1)$; $(2{,}5\,;-1)$; $(3{,}5\,;-1)$
Ainsi, l'ensemble des antécédents du nombre -1 par la fonction f est :
$\{-3\,;\,2{,}5\,;\,3{,}5\}$

2 a L'image du nombre -1 par la fonction f a pour valeur 3,5.
Car le point de coordonnées $(-1\,;3{,}5)$ appartient à la

courbe $\mathscr{C}_f$.

(b) L'ensemble des antécédents de 2 par la fonction f est : $\{-2\,;\,0{,}5\}$
Car les points de coordonnées $(-2\,;2)$ et $(0{,}5\,;2)$ sont les seuls points de la courbe $\mathscr{C}_f$ à avoir 2 pour ordonnée.

C.15

(1) (a) La droite $x=-3$ intercepte la courbe au point de coordonnées $(-3\,;1{,}5)$: l'image de -3 par la fonction f est 1,5.

(b) La droite d'équation $x=-\dfrac{1}{2}$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\left(-\dfrac{1}{2}\,;0\right)$: l'image de $-\dfrac{1}{2}$ par la fonction f est 0.

(c) La droite d'équation $x=\dfrac{1}{2}$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\left(\dfrac{1}{2}\,;2\right)$: l'image de $\dfrac{1}{2}$ par la fonction f est 2.

(d) La droite d'équation $x=0$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $(0\,;1)$: l'image de 0 par la fonction f est 1.

(2) (a) La droite d'équation $y=3$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'intersection $(1\,;3)$: le nombre 3 admet pour unique antécédent le nombre 1.

(b) L'ensemble des antécédents du nombre -1 est : $\{-2\,;\,-1\}$

(c) La droite d'équation $y=-2$ n'intercepte pas la courbe $\mathscr{C}$: le nombre -2 n'admet d'antécédents.

C.16

(1) (a) La droite, parallèle à l'axe des ordonnées, d'équation $x=-3$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ en un point ayant pour abscisse le nombre -1.
L'image de -3 par la fonction f est le nombre -1.

(b) La courbe $\mathscr{C}_f$ intercepte l'axe des ordonnées au point de coordonnée $(0\,;2{,}5)$. Ainsi, on a :
$f: 0 \longmapsto 2{,}5$

(c) Le seul point de la courbe représentative de la fonction f ayant pour abscisses 2 a pour ordonnée le nombre 1. On a :
$f(2)=1$

(d) Le point de coordonnée $(3\,;0)$ est un point de la courbe $\mathscr{C}_f$; on en déduit que le nombre 0 est l'image du nombre 3.

(2) (a) La droite d'équation $x=-1$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ en unique point de coordonnées $(-3\,;-1)$: le nombre -1 admet un unique antécédent -3.

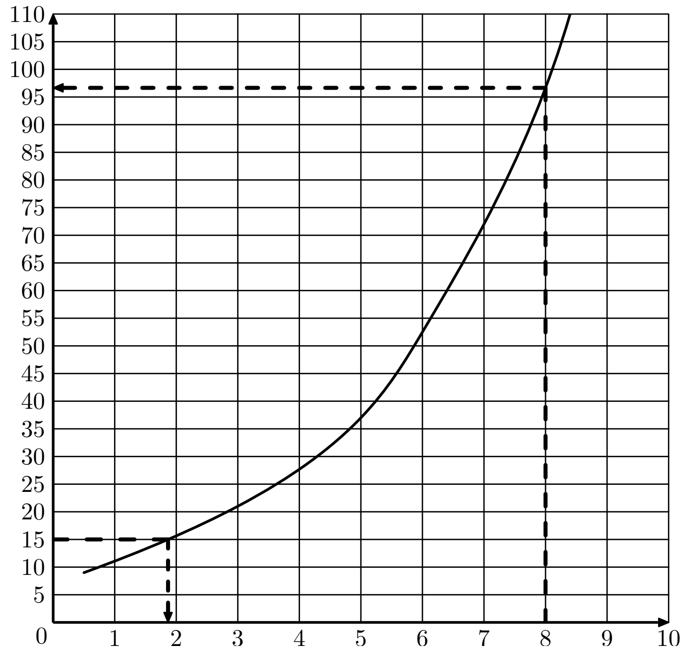
(b) La courbe $\mathscr{C}_f$ possède deux points ayant 1 pour abscisse : les points de coordonnées $(-1\,;1)$ et $(2\,;1)$. Ainsi, l'ensemble des antécédents est :
$big\{-1\,;\,2\}$.

(3) (a) La droite, parallèle à l'axe des ordonnées, d'équation $x=1{,}5$ intercepte la courbe représentative de la fonction f au point de coordonnée $(1{,}5\,;1{,}5)$.
La proposition est fausse : le nombre 1,5 a pour image le nombre 1,5 par la fonction f.

(b) La droite, parallèle à l'axe des abscisses, d'équation $y=0{,}5$ intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f en deux points distincts.
Cette proposition est fausse : le nombre 0,5 admet deux antécédents par la fonction f.

(c) La droite d'équation $y=-2{,}5$ n'intercepte pas la courbe $\mathscr{C}_f$: le nombre $-2{,}5$ n'admet pas d'antécédent.
Cette proposition est vraie.

C.17



(1) Graphiquement, on a : $f(8)=96$
La durée de téléchargement lorsque 8 000 personnes sont connectées est de 96 secondes.

(2) (a) Graphiquement, la fonction f admet un unique antécédent au nombre 15 qui est 1,8.

(b) Ainsi, pour que la durée de téléchargement soit de 15 secondes, il faut qu'il y ait 1 800 personnes connectées simultanément.

C.18

(1) La droite d'équation $y=1{,}5$, parallèle à l'axe des abscisses, intercepte la courbe aux points de coordonnées :
$(2\,;1{,}5)$; $(3\,;1{,}5)$; $(5{,}5\,;1{,}5)$; $(6{,}5\,;1{,}5)$

Ainsi, l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=1{,}5$ est :
$\mathcal{S}=\{2\,;\,3\,;\,5{,}5\,;\,6{,}5\}$

(2) La droite d'équation $y=4$ intercepte le seul point d'intersection $(4{,}5\,;4)$; ainsi, l'équation $f(x)=4$ admet pour ensemble de solutions :
$\mathcal{S}=\{4{,}5\}$.

C.19

(1) La droite, parallèle à l'axe des abscisses, d'équation $y=-1$ intercepte la courbe en deux points dont les abscisses sont respectivement 0 et 3,5.
L'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=-1$ est :
$\mathcal{S}=\{0\,;\,3{,}5\}$.

(2) Pour déterminer les antécédents de 1, on trace la droite parallèle à l'axe des abscisses d'équation $y=1$ qui intercepte la courbe en trois points : deux points ont pour abscisses -3 et -2 alors que l'abscisse du troisième, ne

pouvant être déterminé précisément, a une valeur approchée de $-1{,}2$.
L'équation $f(x)=1$ a pour ensemble des solutions est :
$\mathcal{S} = \{-3\,;\,-2\,;\,\alpha\}$ où $\alpha \approx -1{,}2$

C.20

1. Les courbes $\mathscr{C}_A$ et $\mathscr{C}_C$ ont deux points d'intersections dont les valeurs approchées sont :
$(7{,}5\,;1750)$; $(23\,;5750)$

Ainsi, les solutions de l'équation $C(x)=A(x)$ sont les abscisses des points d'intersections de ces deux courbes. Les valeurs approchées des solutions de cette équation sont 7,5 et 23.

2. Lorsque la différence est nulle, on a :
$A(x) - B(x) = 0$ Ainsi, cette expression est nulle
$A(x) = B(x)$
lorsque le coût de production est égal au chiffre d'affaires : ainsi, le bénéfice est nul.

C.21

1. a. La droite d'équation $x=8$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(8\,;24)$.
Lorsque l'entreprise vent 8 tonnes de granulés, sa recette est 2 400 €.

b. La droite d'équation $y=20$ intercepte la courbe aux points de coordonnées $(2\,;20)$ et $(10\,;20)$.
On déduit que le coût de production est de 2 000 € lorsque l'entreprise vent 2 tonnes ou 10 tonnes de granulés.

2. a. Les courbes $\mathscr{C}$ et Δ s'interceptent aux points dont les coordonnées sont environs $(2{,}8\,;8{,}5)$ et $(13{,}25\,;40)$.
Les solutions de l'équation ont pour valeurs approchées 2,8 et 13,25.

b. Ainsi, pour que l'entreprise BBE réalise un bénéfice nul, il faut que l'entreprise produise 2,8 tonnes ou 13,25 tonnes de granulés.

C.22

Compléments : même si l'énoncé ne le demandait pas, il est intéressant de savoir pour quelle valeur de x ce problème à un sens.
Cette question revient à déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

La variable x représente la longueur du segment $[AM]$, le point M étant un point du segment $[AB]$, on en déduit que la variable x prend ses valeurs dans l'intervalle $[0\,;5]$.

1. Pour $x=3$, on a :
   - Le carré $AMNP$ a pour aire : $3\times 3 = 9\,cm^2$
   - Le rectangle $BRQM$ a pour dimensions :
     $BM=5-3=2$; $BR=2{,}5\,cm$
     Ce rectangle a pour aire : $2{,}5\times 2=5$

   Ainsi, l'image du nombre 3 par la fonction f a pour valeur : $f(3)=9+5=14\,cm^2$

2. En fonction de x :
   - le carré $ABNP$ a pour aire x^2.
   - le rectangle $BRQM$ a pour aire $(5-x)\times 2{,}5$

   Ainsi, on a l'expression de la fonction f :
   $f(x) = x^2 + 2{,}5\times(5-x)$

C.23

Compléments : même si l'énoncé ne le demandait pas, il est intéressant de savoir pour quelle valeur de x ce problème à un sens.
Cette question revient à déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

La variable x représente la longueur du segment $[AM]$. Or, le point M appartenant à l'intervalle $[AB]$, on en déduit que la variable x prend ses valeurs dans l'intervalle $[0\,;5]$.
L'ensemble de définition de la fonction f est $[0\,;5]$.

1. Pour $x=3$:
   - le carré $AMNP$ a pour aire : $3\times 3=9\,cm^Z$
   - Le triangle BRM rectangle en B a pour aire :
     $\dfrac{(5-3)\times 2{,}5}{2} = \dfrac{2\times 2{,}5}{2} = 2{,}5$

   On en déduit que la partie hachurée a pour aire :
   $9 + 2{,}5 = 11{,}5$

2. En fonction de x :
   - l'aire du carré $AMNP$ a pour aire : x^2
   - le triangle MBR rectangle en B a pour aire :
     $\dfrac{(5-x)\times 2{,}5}{2}$

   Ainsi, la fonction f admet pour expression :
   $f(x) = x^2 + \dfrac{(5-x)\times 2{,}5}{2}$

C.24

1. Le point M étant un point du segment $[AB]$, la longueur AM appartient à l'intervalle $[0\,;5]$.
L'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle $[0\,;5]$.

2. Pour $x=2$:
   - Le rectangle $AMND$ a pour aire :
     $\mathcal{A}_1 = AM\times AD = 5\times x = 5\times 2 = 10\,cm^2$
   - Le rectangle $MQRB$ a pour aire :
     $\mathcal{A}_2 = MB\times MQ = (5-x)\times 2{,}5 = (5-2)\times 2{,}5$
     $= 3\times 2{,}5 = 7{,}5\,cm^2$

   Ainsi, pour $x=2$, l'aire totale de la partie grisée a pour valeur :
   $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = 10 + 7{,}5 = 17{,}5\,cm^2$
   On en déduit que l'image du nombre 2 a pour valeur 17,5.

3. L'aire de la partie hachurée dépendant de la valeur de x, on a :
   $f(x) = 5x + 2{,}5\times(5-x)$
   $= 5x + 12{,}5 - 2{,}5x = 2{,}5x + 12{,}5$

   Cherchons les antécédents du nombre 16 par la fonction f :

$$\begin{aligned} f(x) &= 16\\ 2{,}5x+12{,}5 &= 16\\ 2{,}5x &= 16-12{,}5\\ 2{,}5x &= 3{,}5\\ x &= \frac{3{,}5}{2{,}5}\\ x &= \frac{14}{10}\\ x &= 1{,}4 \end{aligned}$$

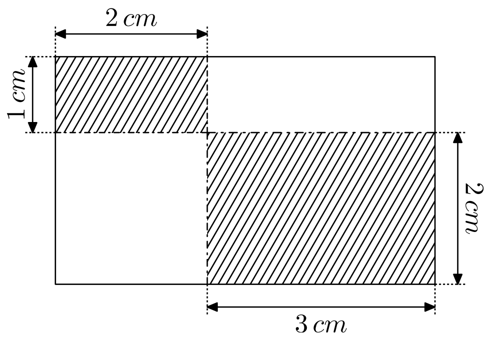
L'aire de la partie hachurée sera égale à $16\,cm^2$ lorsque $AM=1{,}4\,cm$.

C.25

1. Le point F appartenant au segment $[BC]$, on en déduit que la longueur CF est inférieure à 5.
Étant une distance, le nombre x est positif ou nul.

Ainsi, l'ensemble de définition de la fonction f est définie sur l'intervalle $\big[0\,;5\big]$

2. Pour $x=2$, la figure aura les dimensions suivantes :



Ainsi, l'aire de la partie grisée sera :
$f(2)=2\times1+\big(5-2\big)\times2=2+3\times2=2+6=8\,cm^2$

3. a. Déterminons les dimensions de ces rectangles :
- le rectangle en haut à gauche a pour dimensions x et $\big(3-2\big)$. Ainsi, son aire est :
$\mathcal{A}_1=x\times\big(3-2\big)=x\times1=x$
- le rectangle en bas à droite a pour dimensions 2 et $\big(5-x\big)$. Ainsi, son aire est :
$\mathcal{A}_2=2\times\big(5-x\big)=10-2x$

L'expression algébrique de la fonction f est :
$f(x)=\mathcal{A}_1+\mathcal{A}_2=x+\big(10-2x\big)=10-x$

b. Résolvons l'équation :
$$\begin{aligned} f(x) &= 7{,}2\\ 10-x &= 7{,}2\\ -x &= 7{,}2-10\\ -x &= -2{,}8\\ x &= 2{,}8 \end{aligned}$$
Pour que la surface des rectangles hachurés mesure $7{,}2\,cm^2$, il faut que $x=2{,}8\,cm$.

C.26

1. Le nombre x représentant la distance $[BM]$, elle doit être positive.
Le segment $[AB]$ mesurant $6\,cm$, le nombre x ne peut être supérieure à $6\,cm$.
L'ensemble de définition de la fonction f est :
$\mathcal{D}_f=\big[0\,;6\big]$

2. a. Le triangle BEM a pour aire :
$$\mathcal{A}_{BEM}=\frac{BE\times BM}{2}=\frac{x\times2}{2}=x\,cm^2$$

b. Le trapèze $BCDM$ a pour aire :
$$\mathcal{A}_{BCDM}=\frac{\big(CD+BM\big)\times BC}{2}=\frac{\big(6+x\big)\times2}{2}=6+x$$

c. On en déduit l'expression de la fonction f :
$f(x)=\mathcal{A}_{BEM}+\mathcal{A}_{BCDM}=6+2x$

3. a. Résolvons l'équation :
$$\begin{aligned} f(x) &= 10\\ 2x+6 &= 10\\ 2x &= 10-6\\ 2x &= 4\\ x &= 2\,cm \end{aligned}$$

b. La question précédente permet d'affirmer que, pour que le polygone $BCDME$ ait une aire de $10\,cm^2$, il faut choisir la position du point M tel que :
$BM=2\,cm$.