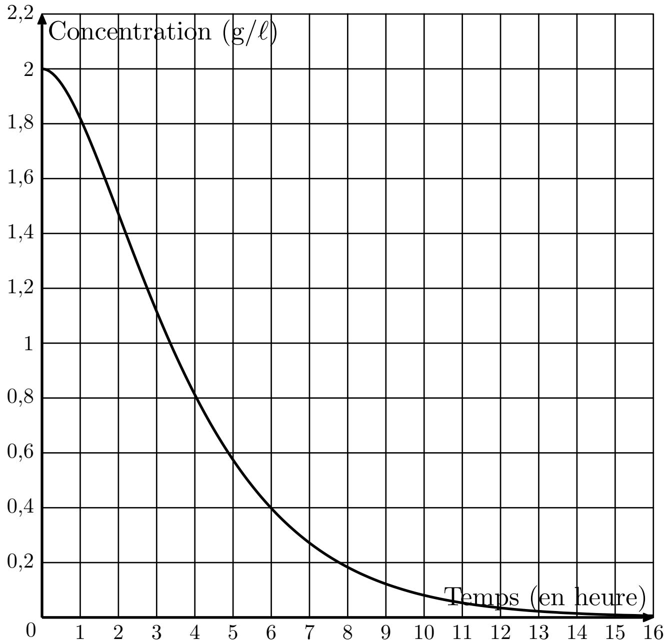
Seconde - Chapitre 7

E.1 On injecte à un patient un médicament et on mesure régulièrement, pendant 15 heures, la concentration, en grammes en litres, de ce médicament dans le sang.

On obtient la courbe fournie ci-dessous :



Avec la précision permise par le graphique, indiquer :

- la concentration à l'instant initial ;
- l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à 0,4 gramme par litre.

  On fera apparaitre sur le graphique les traits de construction nécessaires.

E.2 Une entreprise fabrique des poulies utilisées dans l'industrie automobile. On suppose que toute la production est vendue. L'entreprise peut fabriquer entre 0 et 3 600 poulies par semaine. On note x le nombre de milliers de poulies fabriquées et vendues en une semaine. *(x varie donc dans l'intervalle $\big[0\,;3{,}6\big]$).*
Le bénéfice hebdomadaire est noté $B(x)$, il est exprimé en milliers d'euros.

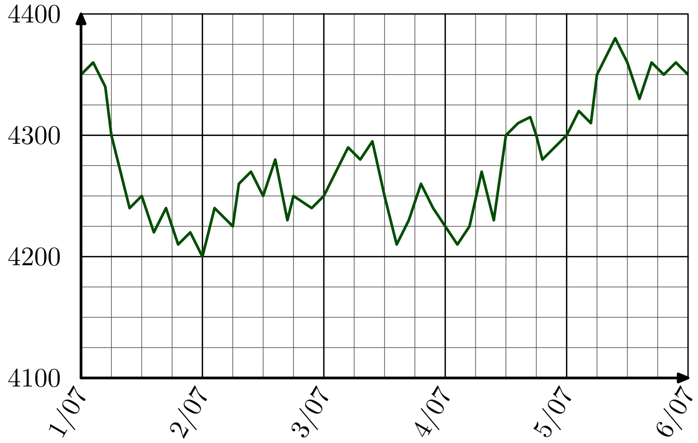
Ci-dessous, on a représenté la fonction B dans un repère du plan.

Chaque résultat sera donné à cent poulies près ou à cent euros près suivant les cas.
Les traits utiles à la compréhension du raisonnement seront laissés sur le graphique et une réponse écrite sur la copie sera attendue pour chaque question posée.

1. Quel est le bénéfice réalisé par l'entreprise lorsque celle-ci produit et vend 2 400 poulies par semaine?
2. Combien de poulies doit produire et vendre l'entreprise afin de réaliser un bénéfice de 13 000 euros?

E.3 Le graphique ci-dessous représente la valeur du CAC 40 *(indicateur boursier sur quarante entreprises de la place de*

Paris).



(1) On s'intéresse à la journée du 2 juillet, quel était la valeur du CAC 40 :

(a) à 0h? (b) à 6h? (c) à midi? (d) à 18h?

(2) Sur le graphique, à quel moment, le CAC 40 avait :

(a) une valeur de 4 200? (b) une valeur de 4 300?

(3) Choisir parmi les deux phrases suivantes, la phrase correcte :

(a) "*Ce graphique donne la date en fonction de la valeur du CAC 40*"

(b) "*Ce graphique donne la valeur du CAC 40 en fonction de la date*"

E.4 On considère les cinq fonctions suivantes :

$f\colon x \longmapsto \dfrac{1}{2-x}$; $g\colon x \longmapsto \dfrac{2x+1}{3x+3}$; $h\colon x \longmapsto \dfrac{1}{x^2+1}$

$j\colon x \longmapsto \sqrt{1-2x}$; $k\colon x \longmapsto \sqrt{x+4}$

(1) Un quotient n'est pas défini lorsque son dénominateur est nul.

(a) Peut-on calculer l'image de 2 par la fonction f?

(b) Pour quelle valeur, la fonction g n'admet pas d'image?

(c) Existe-t-il une valeur n'admettant pas d'image par la fonction h.

(2) Une racine carrée n'est pas définie pour des valeurs strictement négatives.

(a) Peut-on calculer l'image de 5 par la fonction j?

(b) Pour quelles valeurs de x, la fonction k n'associe pas d'images?

E.5 On considère les trois fonctions f, g, h définies par :

$f(x) = 2x - 1$; $g(x) = \sqrt{x-1}$; $h(x) = \dfrac{1}{x+1}$

(1) Est-il possible de déterminer l'image de 2 pour chacune de ces fonctions? Justifier.

(2) Est-il possible de déterminer l'image de -1 pour chacune de ces fonctions? Justifier.

(3) Donner l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

E.6 Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'image du nombre 2 :

(a) $f : x \longmapsto \dfrac{10 - 2{\cdot}x}{3{\cdot}x}$ (b) $g : x \longmapsto x^2 - 2x + 1$

E.7 On considère le programme de calcul ci-dessous :

```
quand ⚑ est cliqué
demander [Choisissez un nombre] et attendre
mettre [Nombre] à [réponse]
mettre [Nombre] à [Nombre] -1
mettre [Nombre] à [Nombre] *0,5
dire [Nombre]
```

On note f la fonction qui à tout nombre x associe la valeur de sortie du programme de calcul lorsque la valeur x lui est donné.

(1) Donner l'expression algébrique de la fonction f.

(2) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	$-0{,}5$	0	1	$3{,}2$
$f(x)$						

E.8 On considère les trois fonctions f, g et h définissant l'image du nombre x de la manière suivante :

$$f(x) = 3x - 2 \quad ; \quad g(x) = x^2 \quad ; \quad h(x) = \frac{2}{3x-1}$$

Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	$1{,}5$	1	$-\frac{1}{3}$
$f(x)$			
$g(x)$			
$h(x)$			

E.9

Méthode : soit f une fonction et b un nombre. Pour déterminer l'ensemble des antécédents du nombre b par la fonction f, on déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = b$

On considère la fonction affine g définie par l'expression :

$g(x) = 1{,}2x + 0{,}1$

Déterminer l'antécédent du nombre 2,5 par la fonction g.

E.10 On considère le programme de calcul ci-dessous :

```
quand ⚑ est cliqué
demander [Choisissez un nombre] et attendre
mettre [Nombre] à [réponse]
mettre [Nombre] à [Nombre] -1
mettre [Nombre] à [Nombre] *0,5
dire [Nombre]
```

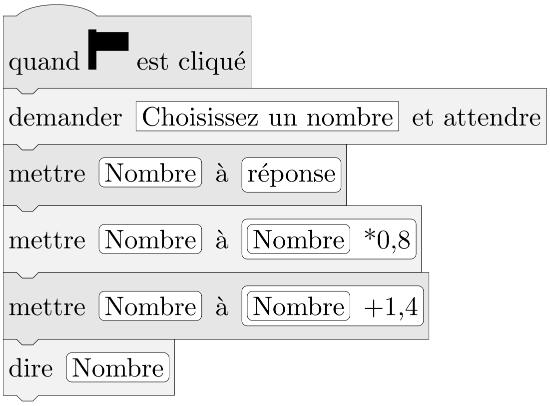
On note f la fonction qui à tout nombre x associe la valeur de sortie du programme de calcul lorsque la valeur x lui est donné.

1. Donner l'expression algébrique de la fonction f.
2. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	0	$3{,}2$
$f(x)$			

3. Déterminer l'antécédent du nombre $-4{,}2$ par la fonction f.

E.11 On considère le programme de calcul ci-dessous :



et la fonction f qui, à un nombre x, saisi dans le programme de calcul associe le nombre retourné par ce programme de calcul.

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

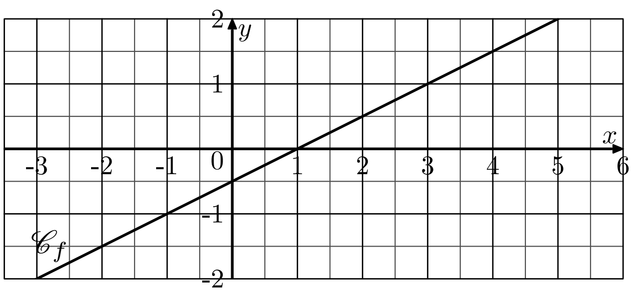
x	-5	1	10
$f(x)$			

2. Déterminer l'antécédent du nombre 3 par la fonction f.

E.12

Méthode : les deux vidéos ci-contre illustrent la lecture graphique d'images et d'antécédents.

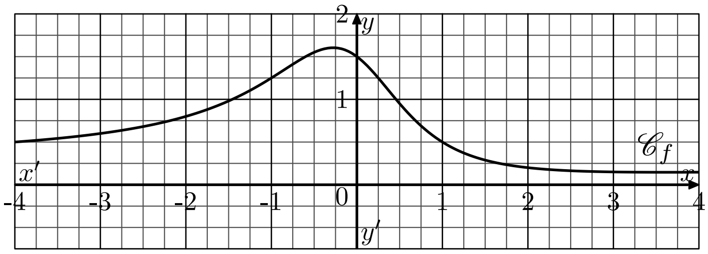
On considère une fonction f dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est donnée ci-dessous dans le repère ci-dessous :



On justifiera chacune des réponses :

1. Donner l'image de 4 par la fonction f
2. Donner l'antécédent du nombre 1 par la fonction f.

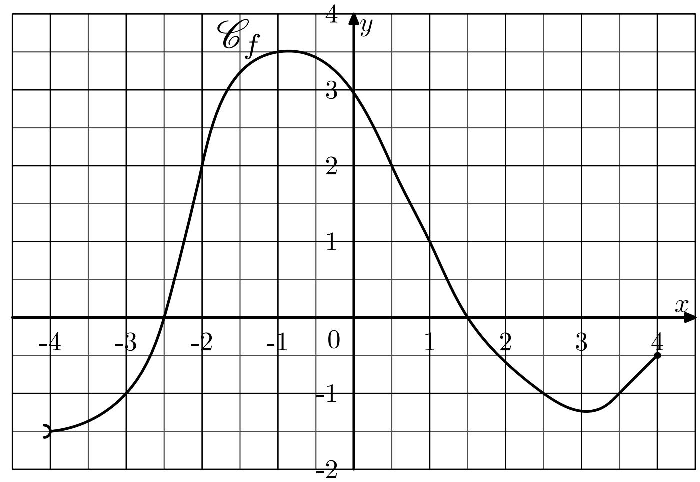
E.13 Dans le plan muni d'un repère, on considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous :



1 Déterminer l'image du nombre 1 par la fonction f. On justifiera sa démarche.

2 Déterminer les antécédents du nombre 1,25 par la fonction f. On justifiera sa démarche.

E.14 On considère la fonction f définie pour tout nombre compris entre -4 et 4 dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est donnée dans le repère ci-dessous :



1 a Déterminer, en justifiant votre démarche, l'image de 0,5 par la fonction f.

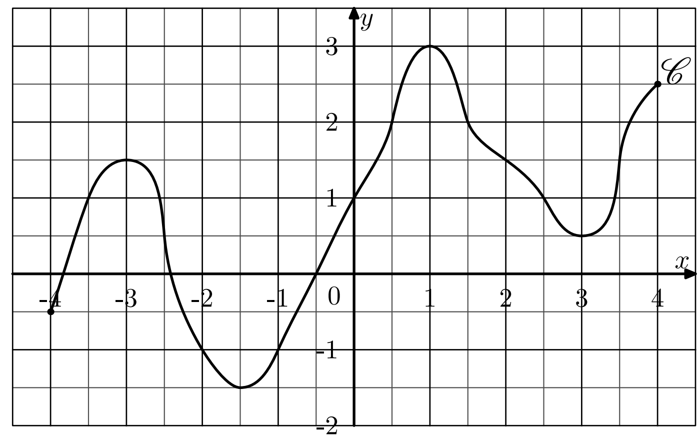
b Déterminer, en justifiant votre démarche l'ensemble des antécédents de -1 par la fonction f.

2 Sans justifier votre réponse :

a Quelle est l'image du nombre -1 par la fonction f?

b Quel est l'ensemble des antécédents de 2 par la fonction f?

E.15 Dans le plan muni d'un repère, on représente la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f définie pour tout nombre compris entre -4 et 4.



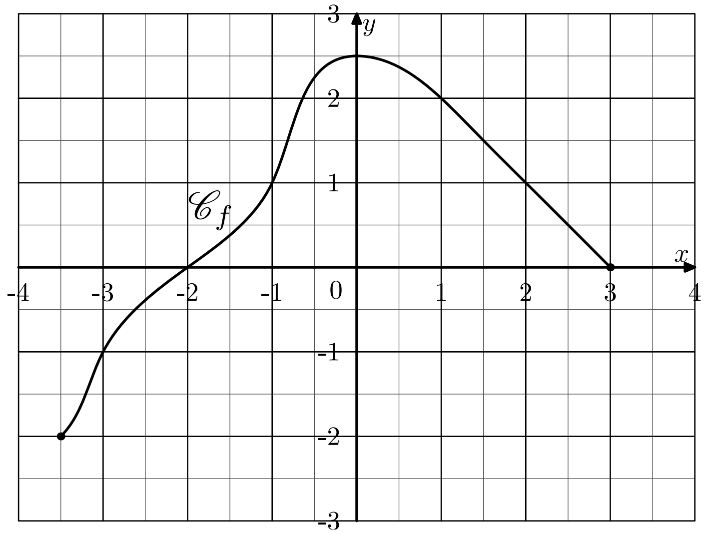
1 Donner, en justifiant votre démarche, les images par la fonction f des nombres suivants :

a -3 b $-\frac{1}{2}$ c $\frac{1}{2}$ d 0

2 Donner,en justifiant votre démarche, l'ensemble des antécédents des nombres suivants par la fonction f :

a 3 b -1 c -2

E.16 Dans le repère ci-dessous, est représentée la courbe représentative de la fonction f :



(1) Par lecture graphique, déterminer les images, par la fonction f, des nombres suivants :

(a) -3 (b) 0 (c) 2 (d) 3

(2) Par lecture graphique, déterminer les antécédents des nombres ci-dessous par la fonction f :

(a) -1 (b) 1

(3) Dire si chacune des affirmations ci-dessous est vraie ou fausse :

(a) L'image de 1,5 par la fonction f est 2,5.

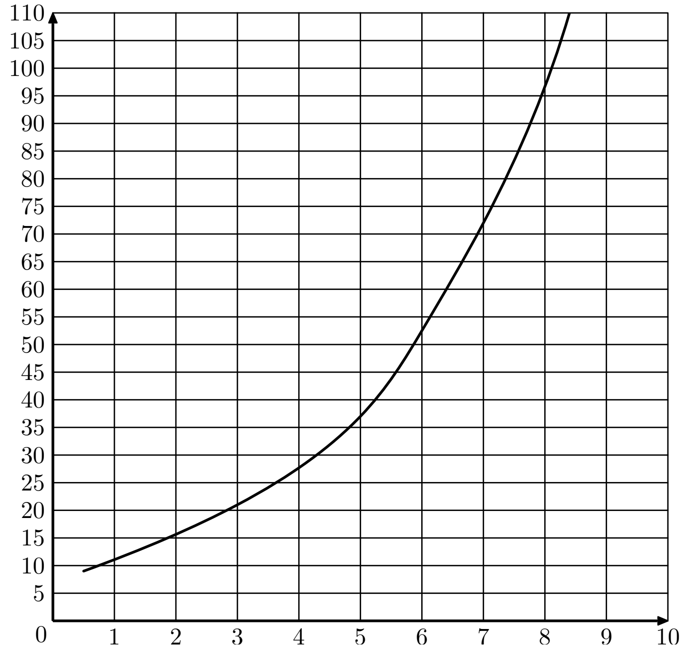
(b) 0,5 admet un seul antécédent par la fonction f.

(c) Par la fonction f, $-2{,}5$ n'admet aucun antécédent.

E.17 Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément.

On cherche à estimer la durée de chargement en fonction du nombre de personnes connectées simultanément. Une fonction est proposée pour modéliser cette situation.

Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f qui modélise la situation précédente. On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément et $f(x)$ la durée de chargement exprimée en seconde.

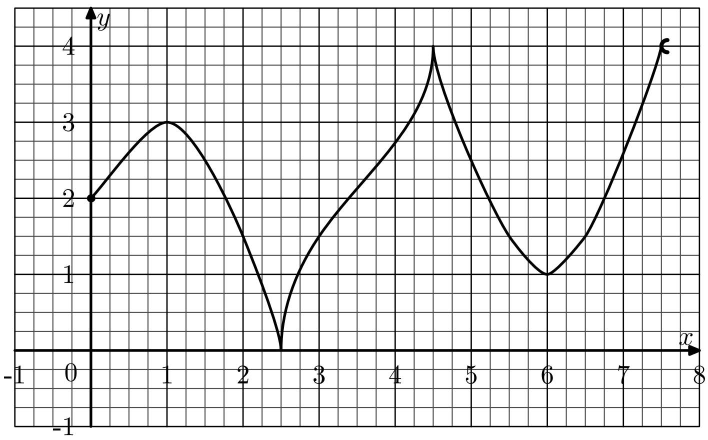


(1) Par lecture graphique, estimer la durée de chargement, en seconde, pour 8 000 personnes connectées.

(2) (a) Déterminer graphiquement un antécédent de 15 par f.

(b) Donner une interprétation de ce résultat.

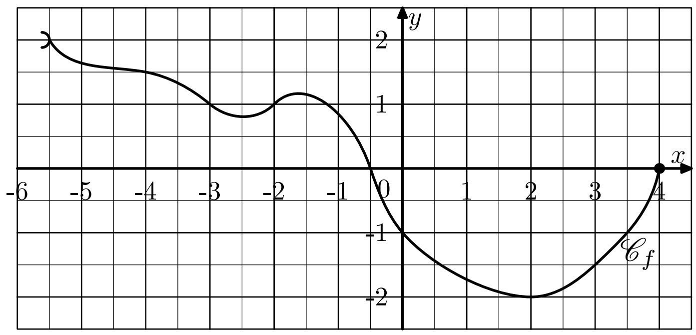
E.18 Ci-dessous est donnée la courbe représentative de la fonction f dans un repère :



Graphiquement, résoudre les équations :

(a) $f(x) = 1{,}5$ (b) $f(x) = 4$

E.19 On considère la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



Graphiquement et avec la précision donnée par le quadrillage, résoudre les équations suivantes :

(a) $f(x)=-1$ (b) $f(x)=1$

E.20 Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

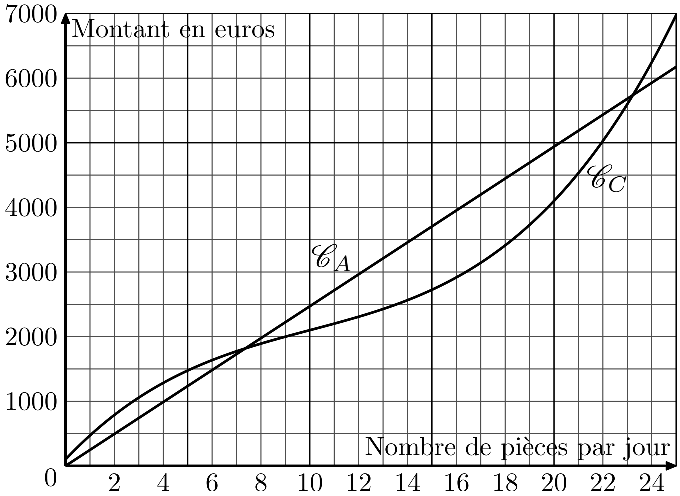
Le montant des charges correspondant à la fabrication de x pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;25]$ par :

$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 100$

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Chaque pièce est vendue au prix de 247 euros. Le chiffre d'affaires est modélisé par la fonction A définie sur l'intervalle $[0\,;25]$ par :

$A(x) = 247x$

Dans le repère ci-dessous sont représentées les courbes $\mathscr{C}_C$ et $\mathscr{C}_A$ respectivement des fonctions C et A :



(1) Graphiquement, donner les valeurs approchées des solutions de l'équation $C(x)=A(x)$.

(2) Que représente, pour l'entreprise, les moments où l'expression $C(x)-A(x)$ est nulle?

E.21 L'entreprise *BBE (Bio Bois Énergie)* fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et de poêles chez des particuliers ou dans des collectivités.
L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

- Les coûts de fabrication quotidiens sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $\left[1\,;15\right]$ où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $C(x)$ le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.
- Dans l'entreprise *BBE* le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros.
  La recette quotidienne de l'entreprise est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $\left[1\,;15\right]$ où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $R(x)$ la recette quotidienne correspondante en centaines d'euros.

Sur le graphique situé ci-dessous, on donne $\mathscr{C}$ et Δ les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans un repère d'origine O.

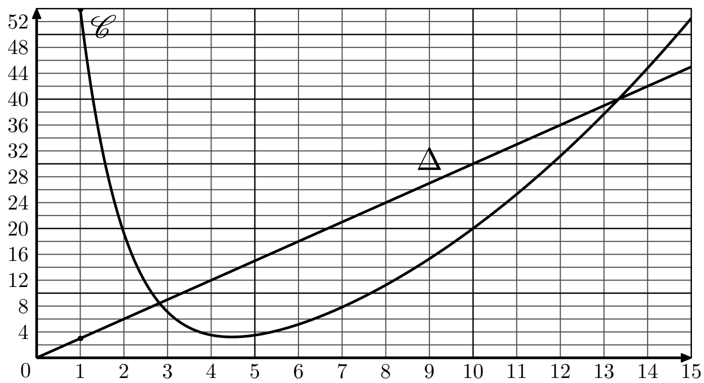
On répondra aux questions suivantes à l'aide du graphique, et avec la précision permise par celui-ci. Aucune justification n'est demandée.

(1) (a) Quelle est la recette quotidienne lorsque l'entreprise BBE vend 8 tonnes de granulés?

(b) Combien de tonnes de granulés doit vendre l'entreprise BBE pour que le coût de production quotidien soit de 2 000 €?

(2) (a) Donner les solutions de l'équation $C(x)=R(x)$.

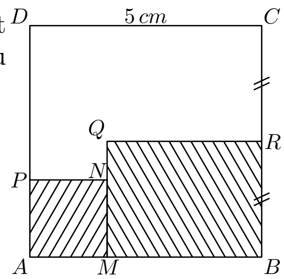
(b) Précisez les conditions permettant à l'entreprise BBE de réaliser un bénéfice nul.



E.22

On considère la figure ci-contre où le carré $ABCD$, le carré $AMNP$ et le rectangle $MQRB$ où M est un point du segment $[AB]$, R est le milieu du segment $[BC]$ et $CD=5\,cm$. On note x la longueur du segment $[AM]$.

On note f la fonction qui associe à



la valeur de x la mesure de l'aire de la partie hachurée formée des quadrilatères $AMNP$ et $BMQR$.

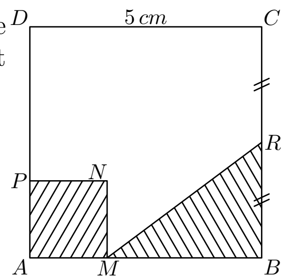
(1) Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.

(2) Donner l'expression de la fonction f en fonction de x.

E.23

On considère la figure ci-contre où le carré $ABCD$, le carré $AMNP$ et le triangle MRB où M est une point du segment $[AB]$, R est le milieu du segment $[BC]$ et $CD=5\,cm$. On note x la longueur du segment $[AM]$.

On note f la fonction qui associe à la valeur de x la valeur de la partie



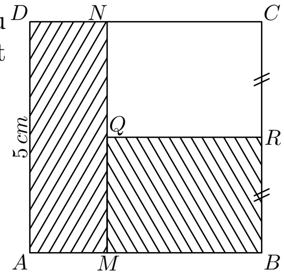
hachurée formée du carré $AMNP$ et du triangle BMR.

(1) Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.

(2) Donner l'expression de la fonction f en fonction de x.

E.24

On considère la figure ci-contre où $ABCD$ est un carré, $AMND$ et $MQRB$ sont deux rectangles où M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[CD]$, R est le milieu du segment $[BC]$ et $CD = 5\,cm$. On note x la longueur du segment $[AM]$ en centimètre.



On note f la fonction qui associe à la longueur x l'aire de la partie hachurée.

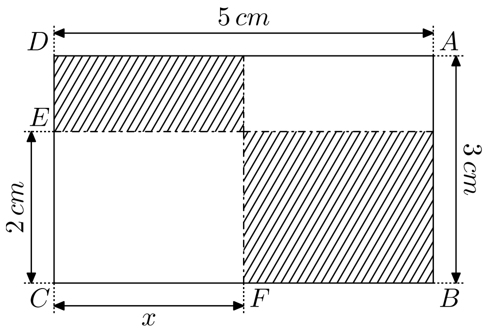
(1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

(2) Donner l'image du nombre 2 par la fonction f.

(3) Déterminer la valeur de x afin que l'aire de la partie hachurée soit égale à $16\,cm^2$.

E.25

On considère le rectangle ci-dessous où $AB = 3\,cm$ et $AD = 5\,cm$, les points E et F appartiennent respectivement aux segments $[DC]$ et $[BC]$ tels que $CE = 2\,cm$.



Parallèlement aux côtés du rectangle $ABCD$, on construit deux segments permettant de mettre en évidence les deux rectangles hachurés ci-dessus.

On note x la mesure du segment $[CF]$ et on considère la fonction f qui associe à x la mesure de la surface formée par les deux rectangles hachurés.

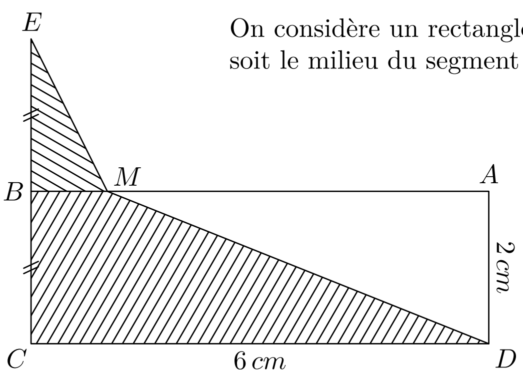
(1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

(2) Donner l'image du nombre 2 par la fonction f.

(3) (a) Donner l'expression algébrique de la fonction f.

(b) En déduire la position du point F afin que la surface des rectangles hachurés ait pour mesure $7{,}2\,cm^2$.

E.26



On considère un rectangle $ABCD$ ayant pour mesure $CD = 6\,cm$ et $AD = 2\,cm$ et le point E placé tel que B soit le milieu du segment $[CE]$:

Soit M un point du segment $[AB]$. Le polygone $BCDME$ est constitué d'un triangle EBM et du trapèze $BCDM$. On note x la longueur du segment $[BM]$ en centimètres et f la fonction qui à la valeur x associe l'aire du polygone $BCDME$.

(1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

(2) (a) En fonction de x, donner l'expression de l'aire du triangle BEM.

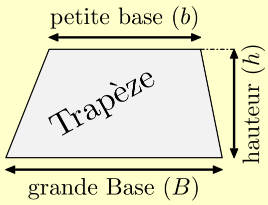
(b) En fonction de x, donner l'expression de l'aire du trapèze $BCDM$.

(c) Donner l'expression de la fonction f en fonction de x.

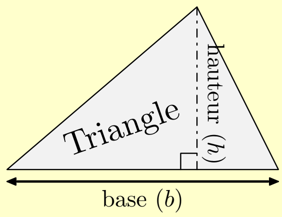
3 a Résoudre l'équation : $f(x) = 10$

b Donner une interprétation des résultats de la question précédente.

Rappel :



$\mathcal{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$



$\mathcal{A} = \dfrac{b\times h}{2}$