Seconde - Chapitre 4

E.1

L'entier 10 possède 4 diviseurs qui sont :
1 ; 2 ; 5 ; 10.

Compléter le tableau ci-dessous :

Entier x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de diviseurs de x									4		

E.2 Parmi les nombres ci-dessous, lequel admet exactement 5 diviseurs :

10 25 35 81 125

E.3 Parmi les nombres ci-dessous, lequel admet exactement 4 diviseurs :

24 28 49 64 343

E.4

Définition :

- L'ensemble des entiers positifs ou nul s'appelle l'**ensemble des entiers naturels** et se note $\mathbb{N}$.
  Ainsi : $\mathbb{N} = \{0\,;\,1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,\dots\}$
- On dit qu'un entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ est un **entier premier** s'il n'admet que deux diviseurs 1 et lui-même.
  - L'entier 7 est un entier premier, car il admet pour diviseur : 1 et 7.
  - L'entier 9 n'est pas un entier premier, car il admet 3 diviseurs : 1, 3 et 9.

1. Justifier que les nombres 32 et 63 ne sont pas des entiers premiers.
2. Justifier que le nombre 17 est un entier premier.

E.5 Un entier naturel est dit premier s'il admet comme diviseur uniquement 1 et lui-même : 3 est un entier premier, car ses seuls diviseurs sont 1 et 3.

1. Parmi les entiers ci-dessous, lesquels sont premiers?
   2 ; 4 ; 7 ; 12
2. Donner tous les entiers premiers de 1 à 25.

E.6

1. Citer les dix entiers premiers inférieurs ou égaux à 30.
2. Parmi les nombres ci-dessous lesquelles sont des nombres premiers.

33 47 51 28 39 49 85

E.7 Justifier que chacune des phrases ci-dessous est une assertion fausse :

1. La somme de deux entiers premiers est un entier premier.
2. La différence de deux entiers premiers est un entier premier.
3. Le produit de deux entiers premiers est un entier premier.

E.8 Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des trois entiers ci-dessous :

a) 16×25 b) 34×12 c) $72\times18\times10$ d) 32×121

E.9

1. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 60 et 450.

2. En déduire l'expression simplifiée du quotient $\dfrac{60}{450}$

3. Effectuer la somme : $\dfrac{1}{60} + \dfrac{1}{450}$

E.10

1. Donner la décomposition des entiers 108 et 30 en produits de facteurs premiers.

2. Mettre en avant votre démarche pour les deux questions suivantes :

   a. Simplifier la fraction $\dfrac{30}{108}$.

   b. Effectuer la soustraction ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :
   $\dfrac{5}{108} - \dfrac{7}{30}$

E.11

1. Donner la décomposition en produits de facteurs premiers des entiers 20 et 135.

2. Répondre aux questions ci-dessous en justifiant la démarche ou en indiquant les étapes des calculs :

   a. Simplifier la fraction $\dfrac{20}{135}$.

   b. Effectuer la soustraction suivante : $\dfrac{7}{20} - \dfrac{8}{135}$

E.12

1. a. Effectuer les divisions euclidiennes ci-dessous *(et pas les divisions décimales)* et compléter la relation indiquée sous chacune d'elles :

$$15 \;\big|\; 2 \qquad\qquad 28 \;\big|\; 2 \qquad\qquad 131 \;\big|\; 2 \qquad\qquad 206 \;\big|\; 2$$

   b. Compléter les relations suivantes en lien avec la question a :
   - $15 = \ldots \times 2 + \ldots$
   - $28 = \ldots \times 2 + \ldots$
   - $131 = \ldots \times 2 + \ldots$
   - $206 = \ldots \times 2 + \ldots$

2. Que peut-on dire du reste de la division euclidienne par 2 d'un nombre pair ? du reste de la division euclidienne par 2 d'un nombre impair ?

E.13 Compléter sans justification les phrases suivantes à l'aide des mots **pair**, **impair**, **quelconque**.

a. La somme de deux entiers pairs est un entier ......

b. La somme de deux entiers impairs est un entier ......

c. Le produit de deux entiers impairs est un entier ......

d. Le produit d'un entier pair par un entier impair est un entier ......

E.14 Sans justification, dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables :

1. La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
2. Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
3. Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
4. La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

E.15 Compléter les deux tableaux à double entrée suivants :

+	Pair	Impair
Pair		
Impair		

$\times$	Pair	Impair
Pair		
Impair		

E.16 Montrer que, pour tout entier n impair, l'expression :

$3{\cdot}n^2{+}2{\cdot}n{+}1$

définit un entier pair.

E.17 Montrer que, pour tout entier n, l'expression :

$n^2{+}3{\cdot}n$

est un entier pair.

E.18 Dans cet exercice, nous utiliserons le fait que tout entier naturel pair *(resp. impair)* s'écrit sous la forme $2{\times}n$ *(resp.* $2{\times}n{+}1$*)* où n est un entier naturel.

Démontrer les assertions suivantes :

1. La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
2. Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
3. Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
4. La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

E.19 Prouver que la somme de deux entiers de même parité est un entier pair.

Indication : pour cela, on étudiera séparément :
- la somme de deux entiers pairs
- et la somme de deux entiers impairs.

E.20 Montrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours un entier impair.