Seconde - Chapitre 3

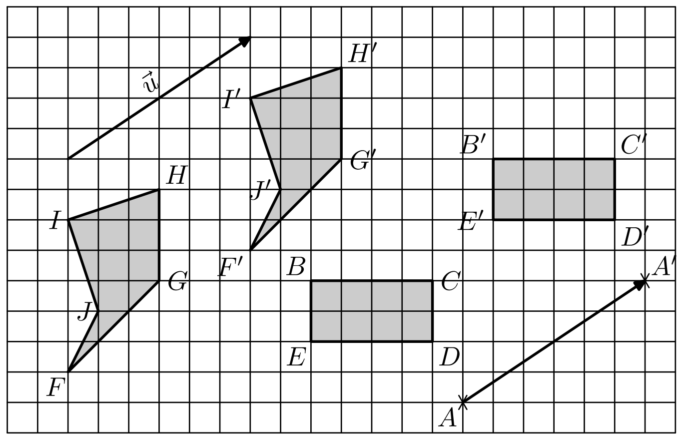
C.1

(a) Le quadrilatère *quad1* est l'image du quadrilatère $TRAP$ par la transformation numéro **6**.

(b) Le quadrilatère *quad2* est l'image du quadrilatère $TRAP$ par la transformation numéro **1**.

(c) Le quadrilatère *quad3* est l'image du quadrilatère $TRAP$ par la transformation numéro **2**.

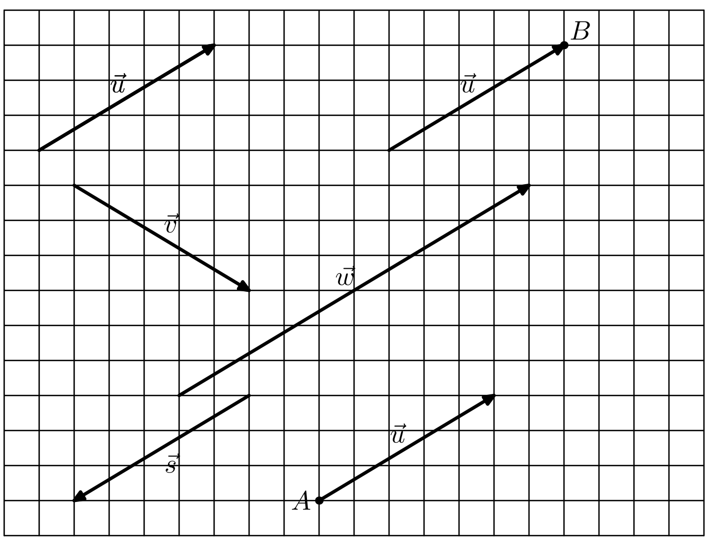
C.2



C.3

Par rapport à $\vec{u}$ comparaison	de la direction	du sens	de la longueur
$\vec{v}$	identique	identique	identique
$\vec{w}$	différent	différent	identique
$\vec{r}$	identique	opposé	différent
$\vec{s}$	identique	opposé	identique
$\vec{t}$	différent	différent	différent

C.4



C.5

(1) L'image du point B par la rotation de centre O, d'angle 90^o dans le sens inverse des aiguilles d'une montre est le point A.

(2) On a l'égalité de vecteur suivante : $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{EH}$.
On en déduit que l'image du point E par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ est le point H.

(3) (a) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{FG}$

(b) $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AH}$

(c) $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{EA}$

C.6

(1) Comme vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{BC}$, on peut citer : $\overrightarrow{DA}$ ou $\overrightarrow{CB}$.

(2) Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{OB}$ ayant pour origine O est le vecteur $\overrightarrow{OD}$.

(3) Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AD}$ ayant pour extrémité le point B est le vecteur $\overrightarrow{CB}$.

C.7

(1) (a) Puisque le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

(b) Puisque le quadrilatère $ABFE$ est un parallélogramme alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont égaux.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$
Des deux égalités vectorielles $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$, on en déduit l'égalité vectorielle :
$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$

(2) Les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF}$ étant égaux, on en déduit que le quadrilatère $DCFE$ est un parallélogramme.

C.8

(2) Puisque $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CT}$, le quadrilatère $ABTC$ est un parallélogramme.

(3) Le point M étant placé tel que $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{MT}$, on en déduit que le quadrilatère $BCTM$ est un parallélogramme.

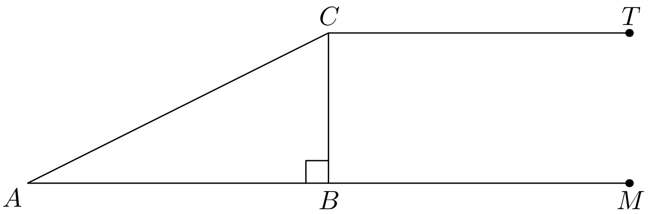
Pour montrer que l'angle $\widehat{CBM}$ est un angle droit, nous avons deux résolutions possibles :

- **1$^{\text{re}}$ méthode :**
  Du fait que $BCTM$ est un parallélogramme, on en déduit l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CD}$
  À l'aide de l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CT}$, on en déduit :
  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$
  On en déduit que les points A, B, M
  L'angle $\widehat{ABC}$ étant droit, par supplémentarité, on en déduit que l'angle $\widehat{CBM}$ est un angle droit.
- **2$^{\text{nde}}$ méthode :**
  D'après la question précédente, $ABTC$ est un parallélogramme.
  Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles entre eux.
  On en déduit : $(AB)/\!/(CT)$

Le triangle ABC étant rectangle en B : $(AB)\perp(BC)$.
On a : $(AB)/\!/(CT)$; $(AB)\perp(BC)$.
Si deux droites sont parallèles entre elles et si une troisième est perpendiculaire à l'une d'elle, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
On en déduit : $(CT)\perp(BC)$.

On en conclut :

L'angle $\widehat{BCT}$ est un angle droit.
Si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle.
$BCTM$ est un rectangle.



C.9 Voici les phrases complétées :

(a) Si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.

(b) Si $ABCD$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

(c) Si K est le milieu du segment $[XY]$ alors $\overrightarrow{XK}=\overrightarrow{KY}$

(d) Si $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PQ}$ alors $MNQP$ est un parallélogramme.

C.10 Voici la traduction de chacune de ces phrases en langage vectoriel :

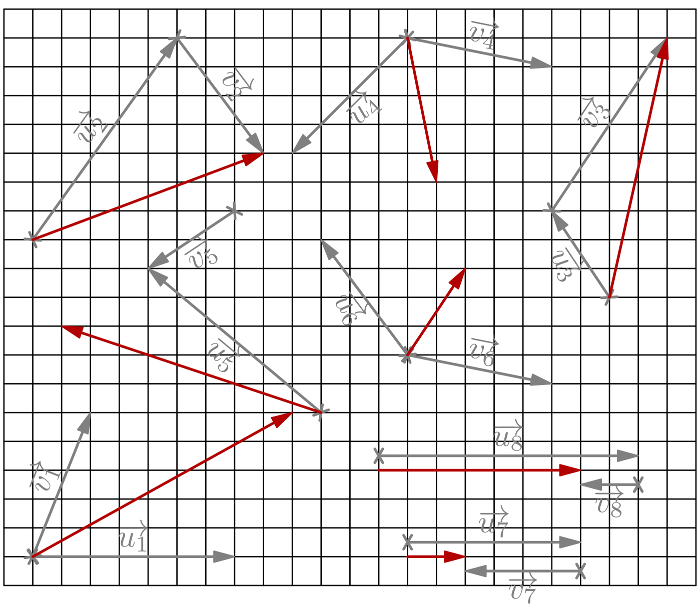
(1) $\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{EJ}$

(2) $\overrightarrow{JG}+\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{JE}$

(3) $\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{EI}=\overrightarrow{GI}$

(4) $\overrightarrow{CH}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{CG}$

C.11



C.12

(a) $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{KG}$

(b) $\overrightarrow{QF}+\overrightarrow{JL}=\overrightarrow{OF}$

(c) $\overrightarrow{NH}+\overrightarrow{OL}=\overrightarrow{OF}$

(d) $\overrightarrow{PH}+\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{JI}=\overrightarrow{LE}$

C.13

(a) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{JA}=\overrightarrow{AI}$
On pourrait pu également citer tout autre vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AI}$: $\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{DJ}$; $\overrightarrow{JC}$

(b) $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AJ}$
Il était possible aussi de répondre : $\overrightarrow{IC}$

(c) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{AJ}$
Il était possible aussi de répondre : $\overrightarrow{IC}$

C.14

(a) $\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{QO}=\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{IN}=\overrightarrow{DN}$

(b) $\overrightarrow{DQ}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DQ}=\overrightarrow{BQ}$

(c) $\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{QD}$
$=\left(\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{QD}\right)+\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{DD}+\overrightarrow{KB}$
$=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{KB}$

C.15

(1) (a) Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{FE}$ sont :
$\overrightarrow{DF}$; $\overrightarrow{EI}$; $\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{GH}$; $\overrightarrow{HJ}$

(b) $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EH}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{AH}$

(2) Utiliser la relation de Chasles pour répondre aux questions suivantes :

(a) $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{JB}$
$=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{EJ}+\overrightarrow{JB}=\left(\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{EJ}\right)+\overrightarrow{JB}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{FJ}+\overrightarrow{JB}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{FB}$

(b) $\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{JE}=\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{JE}$
$=\left(\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{HG}\right)+\overrightarrow{JE}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{JE}=\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{GD}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{ID}$

(c) $\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{HJ}=\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{GH}$
$=\left(\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{IG}\right)+\overrightarrow{GH}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GH}$
D'après la relation de Chasles :
$=\overrightarrow{EH}$

(d) $\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}$

$=\overrightarrow{DG}+\left(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}\right)$

D'après la relation de Chasles :

$=\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{GJ}$

D'après la relation de Chasles :

$=\overrightarrow{DJ}$

C.16

(a) $\overrightarrow{NJ}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{N\ldots}$

$\overrightarrow{NJ}+\overrightarrow{JW}=\overrightarrow{N\ldots}$

$\overrightarrow{NW}=\overrightarrow{N\ldots}$

On en déduit que le vecteur recherché est : $\overrightarrow{NW}$

(b) $\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{LQ}=\overrightarrow{G\ldots}$

$\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{LQ}=\overrightarrow{G\ldots}$

$\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{LQ}=\overrightarrow{G\ldots}$

$\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CJ}\right)+\overrightarrow{LQ}=\overrightarrow{G\ldots}$

$\overrightarrow{GJ}+\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{G\ldots}$

$\overrightarrow{GO}=\overrightarrow{G\ldots}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{GO}$

(c) $\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{DL}=\overrightarrow{\ldots Q}$

$\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{IQ}=\overrightarrow{\ldots Q}$

$\overrightarrow{TI}+\overrightarrow{IQ}=\overrightarrow{\ldots Q}$

$\overrightarrow{TQ}=\overrightarrow{\ldots Q}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{TQ}$

(d) $\overrightarrow{UM}+\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{\ldots V}$

$\overrightarrow{UM}+\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{KV}=\overrightarrow{\ldots V}$

$\overrightarrow{UM}+\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KV}=\overrightarrow{\ldots V}$

$\overrightarrow{UM}+\left(\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KV}\right)=\overrightarrow{\ldots V}$

$\overrightarrow{UM}+\overrightarrow{HV}=\overrightarrow{\ldots V}$

$\overrightarrow{PH}+\overrightarrow{HV}=\overrightarrow{\ldots V}$

$\overrightarrow{PV}=\overrightarrow{\ldots V}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{PV}$

C.17

(1) $\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{E\ldots}$

$\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{E\ldots}$

$\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GI}=\overrightarrow{E\ldots}$

$\overrightarrow{EI}=\overrightarrow{E\ldots}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{EI}$

(2) $\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{J\ldots}$

$\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{J\ldots}$

$\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{J\ldots}$

$\left(\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{BE}\right)+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{J\ldots}$

$\overrightarrow{JE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{J\ldots}$

$\overrightarrow{JE}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{J\ldots}$

$\overrightarrow{JH}=\overrightarrow{J\ldots}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{JH}$

(3) $\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{H\ldots}$

$\left(\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{FB}\right)+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{H\ldots}$

$\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{H\ldots}$

$\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{H\ldots}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{HA}$

C.18

(1) (a) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{LR}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{DI}$

$=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}\right)+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{DI}$

$=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PG}=\overrightarrow{AG}$

(b) $\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{BG}$

$=\left(\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{FD}\right)+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{BG}$

$=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DL}=\overrightarrow{HL}$

(2) (a) $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{DP}$

$\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{DP}$

$\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}\right)+\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{DP}$

$\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{DP}$

On en déduit que le vecteur recherché est : $\overrightarrow{EP}$.

(b) $\overrightarrow{\ldots}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{KO}=\overrightarrow{MO}$

$\overrightarrow{\ldots}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KO}=\overrightarrow{MO}$

$\overrightarrow{\ldots}+\left(\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KO}\right)=\overrightarrow{MO}$

$\overrightarrow{\ldots}+\overrightarrow{GO}=\overrightarrow{MO}$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{MG}$