

Seconde - Chapitre 2

C.1

- a) $5^2 \times 5^5 = 5^{2+5} = 5^7$
 b) $7^4 \times 7^{-7} = 7^{4+(-7)} = 7^{-3}$
 c) $5 \times 5^{-4} = 5^1 \times 5^{-4} = 5^{1+(-4)} = 5^{-3}$
 d) $3^5 \times 9 = 3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$
 e) $8^5 \times 8^{-3} \times 8^{-2} = 8^{5+(-3)+(-2)} = 8^0 = 1$
 f) $5^{20} \times 5^{-9} = 5^{20+(-9)} = 5^{11}$

C.2

- a) $(-7)^8$ est positif
 b) -7^8 est négatif
 c) 10^{-5} est positif (une puissance négative est liée à l'inverse du nombre, pas à son opposé.)
 d) -2^6 est négatif.
 e) -4^{-7} est négatif.
 f) $(-4)^7$ est négatif.
 g) $(-3^{-4})^5$ est négatif.

C.3

- a) $2^5 \times 2^{-8} = 2^{5+(-8)} = 2^{-3}$
 b) $5^4 \times \frac{5^2}{5^9} = \frac{5^4 \times 5^2}{5^9} = \frac{5^{4+2}}{5^9} = \frac{5^6}{5^9} = 5^{6-9} = 5^{-3}$
 c) $\frac{2^4}{5^3} \times \frac{5^9}{2} = \frac{2^4}{2^1} \times \frac{5^9}{5^3} = 2^{4-1} \times 5^{9-3} = 2^3 \times 5^6$

C.4

- a) $2^5 \times 3^4 \times 3^2 \times 2^{-8} = 2^{5+(-8)} \times 3^{4+2} = 2^{-3} \times 3^6$
 b) $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5^2}{2^8 \times 3^3 \times 5^4} = \frac{2^1 \times 3^1}{2^3 \times 3^1 \times 5^2} = 2^{-3} \times 3 \times 5^{-2}$
 c) $\frac{(2^3 \times 3^4)^3}{3^6} = \frac{2^9 \times 3^{12}}{3^6} = 2^9 \times 3^{12-6} = 2^9 \times 3^6$

C.5

- a) $\frac{2^4 \times 2^{10}}{2^7} = \frac{2^{4+10}}{2^7} = \frac{2^{14}}{2^7} = 2^{14-7} = 2^7$
 b) $2^4 \times (2 \times 7^4)^2 = 2^4 \times 2^2 \times (7^4)^2 = 2^{4+2} \times 7^{4 \times 2} = 2^6 \times 7^8$
 c) $\frac{\frac{7^2}{2^5}}{\frac{7^9}{2^5}} = \frac{2^4}{7^2} \times \frac{7^9}{2^5} = \frac{2^4}{2^5} \times \frac{7^9}{7^2} = 2^{4-5} \times 7^{9-2} = 2^{-1} \times 7^7$

C.6

- a) $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5 \times 7^2}{2^6 \times 3^4 \times 7} = \frac{2^5}{2^6} \times \frac{3^4}{3^4} \times \frac{5}{1} \times \frac{7^2}{7} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{5}{1} \times \frac{7}{1}$
 $= \frac{1 \times 5 \times 7}{2 \times 1 \times 1} = \frac{35}{2}$
 b) $\frac{4 \times 9 \times 25}{2^4 \times 3 \times 5} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5^2}{2^4 \times 3 \times 5} = \frac{2^2}{2^4} \times \frac{3^2}{3} \times \frac{5^2}{5} = \frac{1}{2^2} \times \frac{3}{1} \times \frac{5}{1}$
 $= \frac{1 \times 3 \times 5}{4 \times 1 \times 1} = \frac{15}{4}$

C.7

$$A = \frac{26}{7} - \frac{22}{7} \times \frac{10}{33} \times \frac{26}{7} - \frac{22^2}{7} \times \frac{10}{33}$$

$$= \frac{78}{21} - \frac{2}{7} \times \frac{10}{3} = \frac{78}{21} - \frac{20}{21} = \frac{58}{21}$$

Les diviseurs de 21 sont 1, 3, 7 et 21.

Et aucun de ceux-là sont des diviseurs de 58.

Ces deux entiers sont premiers entre eux : la fraction est irréductible.

$$B = \frac{7 \times 10^{35}}{49 \times 10^{34}} = \frac{7}{49} \times \frac{10^{35}}{10^{34}} = \frac{1}{7} \times 10^{35-34} = \frac{10}{7}$$

De même, 7 et 10 n'ont aucun diviseur en commun : la fraction est irréductible.

C.8

- a) $6^5 \times 15^4 \times 14^{-5} = (2 \times 3)^5 \times (3 \times 5)^4 \times (2 \times 7)^{-5}$
 $= 2^5 \times 3^5 \times 3^4 \times 5^4 \times 2^{-5} \times 7^{-5} = 3^9 \times 5^4 \times 7^{-5}$
 b) $2^5 \times 7^{-2} \times (2 \times 5)^4 = 2^5 \times 7^{-2} \times 2^4 \times 5^4 = 2^9 \times 5^4 \times 7^{-2}$

C.9

Déterminons les formes simplifiées des deux quantités :

- $AC^2 + BC^2 = (3 \times 2^{100})^2 + (2^{102})^2$
 $= 3^2 \times (2^{100})^2 + 2^{102 \times 2} = 9 \times 2^{100 \times 2} + 2^{204}$
 $= 9 \times 2^{200} + 2^{204} = 9 \times 2^{200} + 2^4 \times 2^{200}$
 $= 9 \times 2^{200} + 16 \times 2^{200} = 25 \times 2^{200}$
- $AB^2 = (5 \times 2^{100})^2 = 5^2 \times (2^{100})^2 = 25 \times 2^{100 \times 2}$
 $= 25 \times 2^{200}$

On remarque l'égalité $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Le triangle ABC vérifie la propriété de Pythagore : on vient de montrer qu'il soit rectangle et son hypoténuse est le côté $[AB]$.

C.10

- a) $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$
 b) $\sqrt{400} = \sqrt{2^2 \times 10^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{10^2} = 2 \times 10 = 20$
 c) $\sqrt{20 + 44} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$
 d) $\sqrt{0,49} = \sqrt{0,7^2} = 0,7$
 e) $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
 f) $\sqrt{0,25} = \sqrt{0,5^2} = 0,5$

C.11

- 1 On a :
 • $AB^2 = (6\sqrt{5})^2 = 6^2 \times \sqrt{5}^2 = 36 \times 5 = 180$
 • $BC^2 = (2\sqrt{15})^2 = 2^2 \times 15 = 60$
 • $AC^2 = (2\sqrt{30})^2 = 4 \times 30 = 120$

On remarque que : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on a :
 Le triangle ABC est rectangle en C .

- 2 La priorité des opérations, nous oblige à calculer d'abord

les opérations en gris clair :

$$\begin{aligned}
 D &= \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + 3}}}}} + 3} \\
 &= \dots = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + 3}} + 3} \\
 &= \sqrt{6 + \sqrt{6 + 3}} + 3 \\
 &= \sqrt{6 + 3} + 3 \\
 &= \sqrt{9} + 3 = 3 + 3 = 6
 \end{aligned}$$

C.12

- 1 a) $75 = 25 \times 3 = 5^2 \times 3$ b) $32 = 16 \times 2 = 4^2 \times 2$
 c) $18 = 9 \times 2 = 3^2 \times 2$ d) $72 = 36 \times 2 = 6^2 \times 2$
 e) $1\,000 = 100 \times 10 = 10^2 \times 10$ f) $242 = 121 \times 2 = 11^2 \times 2$
- 2 a) $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
 b) $\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 c) $\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
 e) $\sqrt{1\,000} = \sqrt{10^2 \times 10} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{10} = 10 \times \sqrt{10} = 10\sqrt{10}$
 f) $\sqrt{242} = \sqrt{11^2 \times 2} = \sqrt{11^2} \times \sqrt{2} = 11 \times \sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

C.13

- a) $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$
 b) $\sqrt{84} = \sqrt{4 \times 21} = \sqrt{2^2 \times 21} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21}$
 c) $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{10^2 \times 2} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{30 + 42} = \sqrt{72} = \sqrt{9 \times 8} = \sqrt{3^2 \times 8} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{8} = 3\sqrt{8} = 3\sqrt{4 \times 2} = 6\sqrt{2}$
 e) $\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{7^2 \times 2} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$
 f) $\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = \sqrt{5^2 \times 6} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$
 g) $\sqrt{0,01} = \sqrt{0,1^2} = 0,1$
 h) $\sqrt{0,36} = \sqrt{0,6^2} = 0,6$

C.14

- a) $\sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
 b) $\sqrt{13 \times 4^2} = \sqrt{13} \times \sqrt{4^2} = 4\sqrt{13}$
 c) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
 d) $\sqrt{48} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$
 e) $\sqrt{1\,600} = \sqrt{4^2 \times 10^2} = 4 \times 10 = 40$
 (qui pourrait s'écrire $40\sqrt{1}$).
 f) $\sqrt{360} = \sqrt{36 \times 10} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{10} = 6\sqrt{10}$

C.15

- a) $\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$
 b) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{30}{6}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{5}{1}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{5 \times \frac{2}{5}} = \sqrt{2}$

c) $\sqrt{\frac{15}{14}} \times \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{15}{14}} \times \sqrt{\frac{35}{6}} = \sqrt{\frac{15}{14} \times \frac{35}{6}}$
 $= \sqrt{\frac{5}{2} \times \frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$

C.16

- a) $\frac{5}{2\sqrt{10}} = \frac{5 \times \sqrt{10}}{2\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{20} = \frac{\sqrt{10}}{4}$
 b) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{15}}{\sqrt{15}\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{6 \times 15}}{\sqrt{15 \times 15}}$
 $= \frac{3 \times \sqrt{10}}{15} = \frac{\sqrt{10}}{5}$
 c) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12} + \sqrt{6}}{6}$

Comme rien n'était précisé, une des deux expressions était attendue (*au choix*).

d) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{70}} = \frac{\sqrt{21} \times \sqrt{70}}{\sqrt{70} \times \sqrt{70}} = \frac{7\sqrt{30}}{70} = \frac{\sqrt{30}}{10}$

C.17

- a) $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (1 + 2) \times \sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 b) $\sqrt{12} + \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 c) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 6} + \sqrt{2} = \sqrt{18} + \sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

C.18

- 1 a) $A = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
 2 a) On a les simplifications suivantes :
 • $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
 • $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 2} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 b) On a la simplification suivante :
 $B = \sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$
 3 On a les simplifications suivantes :
 $C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{75} = 2\sqrt{3^2 \times 3} + 5\sqrt{5^2 \times 3} = 2\sqrt{3^2} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 \times \sqrt{3} + 5 \times 5 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 25\sqrt{3} = 31\sqrt{3}$

C.19

- a) $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
 b) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (2 + 3)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$
 c) $\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = (1 - 4)\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$$\textcircled{e} \quad \sqrt{27} - 8\sqrt{3} = \sqrt{9 \times 3} - 8\sqrt{3} = \sqrt{3^2 \times 3} - 8\sqrt{3} \\ = 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$$

$$\textcircled{f} \quad \sqrt{50} - \sqrt{72} = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{36 \times 2} \\ = \sqrt{5^2 \times 2} - \sqrt{6^2 \times 2} = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

C.20

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{a} \quad \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\textcircled{b} \quad 2\sqrt{8} = 2\sqrt{4 \times 2} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\textcircled{c} \quad 3\sqrt{50} = 3\sqrt{25 \times 2} = 3 \times 5\sqrt{2} + \sqrt{2} \\ = 15\sqrt{2} + \sqrt{2} = 16\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{a} \quad 2\sqrt{18} + \sqrt{50} = 2\sqrt{3^2 \times 2} + \sqrt{2 \times 5^2} \\ = 2 \times 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

$$\textcircled{b} \quad 4\sqrt{12} - 2\sqrt{75} = 4\sqrt{2^2 \times 3} - 2\sqrt{5^2 \times 3} \\ = 4 \times 2\sqrt{3} - 2 \times 5\sqrt{3} \\ = 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{c} \quad 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{3^2 \times 5} \\ = 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

C.21

$$\textcircled{a} \quad 3\sqrt{28} - 9\sqrt{7} = 3\sqrt{4 \times 7} - 9\sqrt{7} = 3 \times 2\sqrt{7} - 9\sqrt{7} \\ = 6\sqrt{7} - 9\sqrt{7} = -3\sqrt{7}$$

$$\textcircled{b} \quad \sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{200} = \sqrt{2} + \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{100 \times 2} \\ = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$$

$$\textcircled{c} \quad 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20} = 2\sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{4 \times 5} \\ = 2 \times 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ = 5\sqrt{5}$$

$$\textcircled{d} \quad \sqrt{4500} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{125} \\ = \sqrt{100 \times 9 \times 5} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{25 \times 5} \\ = 10 \times 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2 \times 5\sqrt{5} \\ = 30\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 10\sqrt{5} = 23\sqrt{5}$$

C.22

$$\textcircled{1} \quad 2\sqrt{48} + 7\sqrt{3} - \sqrt{75} = 2\sqrt{16 \times 3} + 7\sqrt{3} - \sqrt{25 \times 3} \\ = 2 \times 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ = 8\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{63} - 4\sqrt{2} + \sqrt{18 \times 2} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{7} \\ = \sqrt{9 \times 7} - 4\sqrt{2} + \sqrt{18 \times 2} + 2\sqrt{4 \times 2} - 3\sqrt{7} \\ = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + \sqrt{36} + 2 \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{7} \\ = -4\sqrt{2} + 6 + 4\sqrt{2} = 6$$

C.23

$$\textcircled{a} \quad \sqrt{2}(\sqrt{18} + 2) = \sqrt{2} \times \sqrt{18} + 2\sqrt{2} \\ = \sqrt{2 \times 18} + 2\sqrt{2} = \sqrt{36} + 2\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{2}$$

$$\textcircled{b} \quad \sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{45}) = \sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{45}) \\ = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{5} \times \sqrt{45}) = 5 - \sqrt{5 \times 45} \\ = 5 - \sqrt{5 \times 5 \times 9} = 5 - \sqrt{5^2 \times 3^2} = 5 - \sqrt{5^2} \times \sqrt{3^2} \\ = 5 - 5 \times 3 = 5 - 15 = -10$$

C.24

$$\textcircled{a} \quad (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2}) \\ = 2 \times 1 + 2 \times (-\sqrt{2}) + \sqrt{3} \times 1 + \sqrt{3} \times (-\sqrt{2}) \\ = 2 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} \\ \text{(et on ne peut rien faire de plus)}$$

$$\textcircled{b} \quad (2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{2}) = 6 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

$$\textcircled{c} \quad (5 + \sqrt{2})(5 + \sqrt{2}) = 5^2 + 5 \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ = 25 + 10\sqrt{2} + 2 = 27 + 10\sqrt{2}$$

$$\textcircled{d} \quad (\sqrt{3} \times \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) \\ = (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{2})^2 = 6$$

$$\textcircled{e} \quad (2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 2) = 2\sqrt{5} + 4 - (\sqrt{5}) - 2\sqrt{5} \\ = 4 - 5 = -1$$

C.25

$$\textcircled{a} \quad (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ = (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ = 2 - 2\sqrt{6} + 3 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\textcircled{b} \quad (3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (3\sqrt{5} + \sqrt{2})(3\sqrt{5} + \sqrt{2}) \\ = (3\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{5}) \times \sqrt{2} + (3\sqrt{5}) \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ = 3^2 \times (\sqrt{5})^2 + 6\sqrt{10} + 2 = 45 + 6\sqrt{10} + 2 \\ = 47 + 6\sqrt{10}$$

C.26

$$\textcircled{a} \quad (2\sqrt{3} + 1)^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 1 + 1^2 \\ = 4 \times 3 + 4\sqrt{3} + 1 = 12 + 4\sqrt{3} + 1 = 13 + 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{b} \quad (3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (3\sqrt{5})^2 + 2 \times 3\sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ = 3^2 \times 5 + 6 \times \sqrt{10} + 2 = 45 + 6\sqrt{10} + 2 \\ = 47 + 6\sqrt{10}$$

C.27

1 Un carré de côté a a une aire de mesure a^2 .

On a :

$$\mathcal{A} = (\sqrt{3} + 3)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times 3 + 3^2 = 3 + 6\sqrt{3} + 9 \\ = 12 + 6\sqrt{3}$$

2 On a :

$$\mathcal{A}' = (\sqrt{72} + 3\sqrt{6}) \times \sqrt{2} = \sqrt{72} \times \sqrt{2} + 3\sqrt{6} \times \sqrt{2} \\ = \sqrt{144} + 3\sqrt{12} = 12 + 3 \times 2\sqrt{3} \\ = 12 + 6\sqrt{3}$$

3 Effectivement les calculs du 1 et 2 montrent que :
 $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$

C.28 Pour savoir si le triangle ABC est rectangle ou non, nous avons besoin d'utiliser :

- La réciproque du théorème de Pythagore :

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme du carré des deux autres longueurs alors ce triangle est rectangle.

- ou la contraposée du théorème de Pythagore :

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est différent de la somme du carré des deux autres longueurs alors ce triangle n'est pas rectangle.

Commençons par calculer le carré de chacune de ses longueurs :

$$\Rightarrow AB^2 = (\sqrt{5} - 2)^2 = 9 - 4\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow BC^2 = (\sqrt{5} - 1)^2 = 6 - 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AC^2 = (2 \times \sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$$

Un rapide coup d'oeil permet de dire que $[AC]$ est le côté ayant la plus grande longueur dans le triangle ; on remarque alors que :

$$AC^2 \neq AB^2 + BC^2$$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.