

Seconde - Chapitre 2

E.1 Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

a $5^2 \times 5^5$

b $7^4 \times 7^{-7}$

c 5×5^{-4}

d $3^5 \times 9$

e $8^5 \times 8^{-3} \times 8^{-2}$

f $5^{20} \times 5^{-9}$

E.2 Déterminer le signe de chacune des opérations ci-dessous :

a $(-7)^8$

b -7^8

c 10^{-5}

d -2^6

e -4^{-7}

f $(-4)^7$

g $(-3^{-4})^5$

E.3 Déterminer la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes :

a $2^5 \times 2^{-8}$

b $5^4 \times \frac{5^2}{5^9}$

c $\frac{2^4}{5^3} \times \frac{5^9}{2}$

E.4 Simplifier les calculs suivants :

a $2^5 \times 3^4 \times 3^2 \times 2^{-8}$

b $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5^2}{2^8 \times 3^3 \times 5^4}$

c $\frac{(2^3 \times 3^4)^3}{3^6}$

E.5 Déterminer la forme simplifiée de chacun des expressions suivantes :

a $\frac{2^4 \times 2^{10}}{2^7}$

b $2^4 \times (2 \times 7^4)^2$

c $\frac{2^4}{\frac{7^2}{2^5}} \times \frac{7^9}{7^9}$

E.6 Exprimer les nombres rationnels (*appartenant à \mathbb{Q}*) ci-dessous sous leur forme irréductible :

a $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5 \times 7^2}{2^6 \times 3^4 \times 7}$

b $\frac{4 \times 9 \times 25}{2^4 \times 3 \times 5}$

E.7 Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{26}{7} - \frac{22}{7} \times \frac{10}{33} \quad ; \quad B = \frac{7 \times 10^{35}}{49 \times 10^{34}}$$

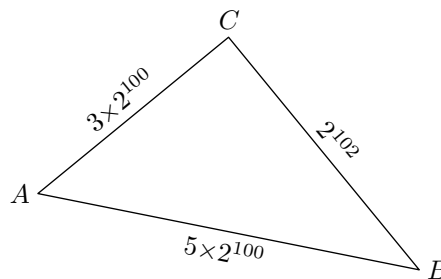
E.8 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^p \times 7^q$ avec n, m, p, q entiers relatifs.

a $6^5 \times 15^4 \times 14^{-5}$

b $2^5 \times 7^{-2} \times 10^4$

E.9 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où :


$$AB = 5 \times 2^{100} \quad ; \quad AC = 3 \times 2^{100} \quad ; \quad BC = 2^{102}$$



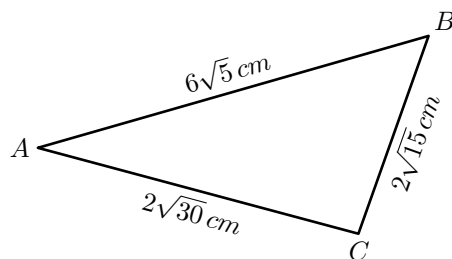
Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C .

E.10 Sans l'aide de la calculatrice, donner la valeur exacte de chacune des racines carrées ci-dessous :

- a $\sqrt{4}$ b $\sqrt{400}$ c $\sqrt{20+44}$
 d $\sqrt{0,49}$ e $\sqrt{121}$ f $\sqrt{0,25}$

E.11 


1 Le triangle ABC ci-dessous est-il rectangle?



(Sur la figure les dimensions ne sont vraiment pas respectées)

2 Donner la valeur du nombre suivant :

$$D = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + 3}}}}} + 3}$$

E.12 


Proposition : pour tout nombre a et b positifs ou nuls, on a l'égalité : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

1 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme de produit, où le maximum de facteurs sont des nombres élevés au carré (exemple $50 = 5^2 \times 2$)


- a 75 b 32 c 18
 d 72 e 1 000 f 242

2 Donner une écriture simplifiée des racines carrées suivantes :


- a $\sqrt{75}$ b $\sqrt{32}$ c $\sqrt{18}$
 d $\sqrt{72}$ e $\sqrt{1\,000}$ f $\sqrt{242}$

E.13  Simplifier les radicaux suivants :

- a $\sqrt{4}$ b $\sqrt{84}$ c $\sqrt{200}$
 d $\sqrt{30+42}$ e $\sqrt{98}$ f $\sqrt{150}$
 g $\sqrt{0,01}$ h $\sqrt{0,36}$

E.14  Écrire les radicaux suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :


- a $\sqrt{3^2 \times 2}$ b $\sqrt{13 \times 4^2}$ c $\sqrt{12}$
 d $\sqrt{48}$ e $\sqrt{1\,600}$ f $\sqrt{360}$

E.15 

Proposition : soit a et b deux nombres positifs avec $b \neq 0$. On a la relation : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$


Écrire les calculs suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible :

- a $\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{5}{2}}$ b $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ c $\sqrt{\frac{15}{14}} \times \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$

E.16  En vous servant de l'exemple suivant, écrire les quotients suivants sans radicaux au dénominateur et simplifier au maximum l'écriture des quotients.

$$\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(a) $\frac{5}{2\sqrt{10}}$ (b) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{5}}$ (c) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{70}}$

E.17  Simplifier au maximum l'écriture des calculs suivants :

(a) $\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{12} + \sqrt{3}$
 (c) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$


E.18 

(1) Simplifier l'écriture de la somme ci-dessous :
 $A = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$


(2) (a) Simplifier l'expression des racines carrées suivantes :
 $\sqrt{50}$; $\sqrt{32}$

(b) Déduire de la question précédente une simplification de la somme :
 $B = \sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{2}$

(3) On considère le nombre : $C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{75}$
 Justifier la simplification suivante : $C = 31\sqrt{3}$

E.19  Donner les expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

(a) $\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ (c) $\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
 (d) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ (e) $\sqrt{27} - 8\sqrt{3}$ (f) $\sqrt{50} - \sqrt{72}$


E.20 

(1) Réduire chacune des expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier :


(a) $\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{8}$ (c) $3\sqrt{50} + \sqrt{2}$

(2) Faire de même avec les expressions suivantes :

(a) $2\sqrt{18} + \sqrt{50}$ (b) $4\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$
 (c) $\sqrt{5} + 3\sqrt{2} \times \sqrt{40} - \sqrt{45}$

E.21  Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers.

(a) $3\sqrt{28} - 9\sqrt{7}$ (b) $\sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{200}$
 (c) $2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$ (d) $\sqrt{4500} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{125}$

E.22 

(1) Écrire le calcul suivant sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier :

$$2\sqrt{48} + 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

(2) Montrer que A est un nombre entier :

$$\sqrt{63} - 4\sqrt{2} + \sqrt{18} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{7}$$

E.23  Développer puis simplifier les expressions suivantes :

(a) $\sqrt{2}(\sqrt{18} + 2)$ (b) $\sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{45})$


E.24

Développer et donner le résultat sous forme simplifiée :

a $(2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2})$ b $(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{2})$

c $(5 + \sqrt{2})(5 + \sqrt{2})$ d $(\sqrt{3} \times \sqrt{2})^2$


e $(2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 2)$

E.25  Calculer et simplifier au maximum l'écriture des racines suivantes :

a $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ b $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

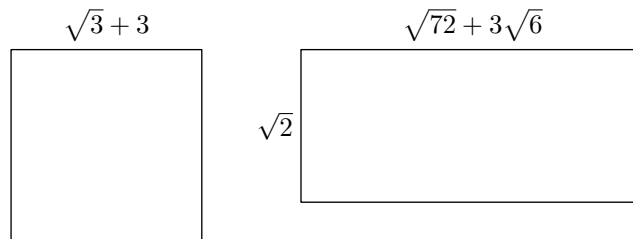
E.26  Développer et simplifier les expressions suivantes :

a $(2\sqrt{3} + 1)^2$ b $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

E.27  Dans cet exercice toutes les longueurs sont données en cm.

On considère les deux figures ci-dessous où :

- La mesure d'un côté du carré est $\sqrt{3} + 3$
- Les dimensions du rectangle $\sqrt{72} + 3\sqrt{6}$ et $\sqrt{2}$.



- 1 Calculer l'aire \mathcal{A} du carré ; réduire l'expression obtenue.
- 2 Calculer l'aire \mathcal{A}' du rectangle.
- 3 Vérifier que ce rectangle et ce carré ont la même aire.

E.28  On considère le triangle ABC ayant les mesures suivantes :

$$AB = \sqrt{5} - 2 \quad ; \quad BC = \sqrt{5} - 1 \quad ; \quad AC = 2 \times \sqrt{5}$$

Le triangle ABC est-il rectangle? Justifier.