

Seconde - Chapitre 2

E.1 Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

- (a) $5^2 \times 5^5$
- (b) $7^4 \times 7^{-7}$
- (c) 5×5^{-4}
- (d) $3^5 \times 9$
- (e) $8^5 \times 8^{-3} \times 8^{-2}$
- (f) $5^{20} \times 5^{-9}$

E.2 Déterminer le signe de chacune des opérations ci-dessous :

- (a) $(-7)^8$
- (b) -7^8
- (c) 10^{-5}
- (d) -2^6
- (e) -4^{-7}
- (f) $(-4)^7$
- (g) $(-3^{-4})^5$

E.3 Déterminer la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes :

- (a) $2^5 \times 2^{-8}$
- (b) $5^4 \times \frac{5^2}{5^9}$
- (c) $\frac{2^4}{5^3} \times \frac{5^9}{2}$

E.4 Simplifier les calculs suivants :

- (a) $2^5 \times 3^4 \times 3^2 \times 2^{-8}$
- (b) $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5^2}{2^8 \times 3^3 \times 5^4}$
- (c) $\frac{(2^3 \times 3^4)^3}{3^6}$

E.5 Déterminer la forme simplifiée de chacun des expressions suivantes :

- (a) $\frac{2^4 \times 2^{10}}{2^7}$
- (b) $2^4 \times (2 \times 7^4)^2$
- (c) $\frac{\frac{2^4}{7^2}}{\frac{2^5}{7^9}}$

E.6 Exprimer les nombres rationnels (*appartenant à* \mathbb{Q}) ci-dessous sous leur forme irréductible :

- (a) $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5 \times 7^2}{2^6 \times 3^4 \times 7}$
- (b) $\frac{4 \times 9 \times 25}{2^4 \times 3 \times 5}$

E.7 Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

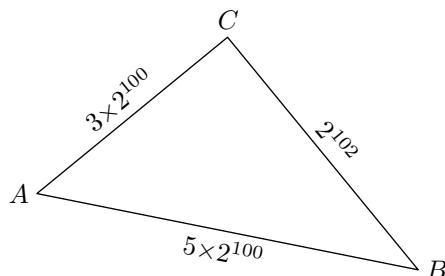
$$A = \frac{26}{7} - \frac{22}{7} \times \frac{10}{33} \quad ; \quad B = \frac{7 \times 10^{35}}{49 \times 10^{34}}$$

E.8 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme $2^m \times 3^m \times 5^p \times 7^q$ avec n, m, p, q entiers relatifs.

- (a) $6^5 \times 15^4 \times 14^{-5}$
- (b) $2^5 \times 7^{-2} \times 10^4$

E.9 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où :

$$AB = 5 \times 2^{100} \quad ; \quad AC = 3 \times 2^{100} \quad ; \quad BC = 2^{102}$$



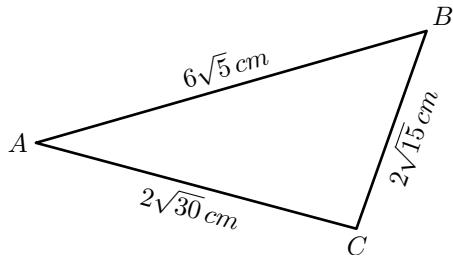
Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C .

E.10 Sans l'aide de la calculatrice, donner la valeur exacte de chacune des racines carrées ci-dessous :

- (a) $\sqrt{4}$ (b) $\sqrt{400}$ (c) $\sqrt{20+44}$
 (d) $\sqrt{0,49}$ (e) $\sqrt{121}$ (f) $\sqrt{0,25}$

E.11 

1 Le triangle ABC ci-dessous est-il rectangle?



(Sur la figure les dimensions ne sont vraiment pas respectées)

2 Donner la valeur du nombre suivant :

$$D = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + 3}}}}}} + 3$$

E.12 

Proposition : pour tout nombre a et b positifs ou nuls, on a l'égalité: $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

1 Écrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme de produit, où le maximum de facteurs sont des nombres élevés au carré (exemple $50 = 5^2 \times 2$)

- (a) 75 (b) 32 (c) 18
 (d) 72 (e) 1 000 (f) 242

2 Donner une écriture simplifiée des racines carrées suivantes :

- (a) $\sqrt{75}$ (b) $\sqrt{32}$ (c) $\sqrt{18}$
 (d) $\sqrt{72}$ (e) $\sqrt{1\,000}$ (f) $\sqrt{242}$

E.13 

Simplifier les radicaux suivants :

- (a) $\sqrt{4}$ (b) $\sqrt{84}$ (c) $\sqrt{200}$
 (d) $\sqrt{30+42}$ (e) $\sqrt{98}$ (f) $\sqrt{150}$
 (g) $\sqrt{0,01}$ (h) $\sqrt{0,36}$

E.14 

Écrire les radicaux suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

- (a) $\sqrt{3^2 \times 2}$ (b) $\sqrt{13 \times 4^2}$ (c) $\sqrt{12}$
 (d) $\sqrt{48}$ (e) $\sqrt{1\,600}$ (f) $\sqrt{360}$

E.15 

Proposition : soit a et b deux nombres positifs avec $b \neq 0$. On a la relation : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Écrire les calculs suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible :

- (a) $\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{5}{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ (c) $\sqrt{\frac{15}{14}} \times \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$

E.16 

En vous servant de l'exemple suivant, écrire les quotients suivants sans radicaux au dénominateur et simplifier au maximum l'écriture des quotients.

$$\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

- (a) $\frac{5}{2\sqrt{10}}$ (b) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{5}}$ (c) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{70}}$

E.17  Simplifier au maximum l'écriture des calculs suivants :

- (a) $\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{12} + \sqrt{3}$
 (c) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$

E.18 

1) Simplifier l'écriture de la somme ci-dessous :

$$A = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

2) (a) Simplifier l'expression des racines carrées suivantes :

$$\sqrt{50} ; \sqrt{32}$$

(b) Déduire de la question précédente une simplification de la somme :

$$B = \sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{2}$$

3) On considère le nombre : $C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{75}$

Justifier la simplification suivante : $C = 31\sqrt{3}$

E.19  Donner les expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

- (a) $\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ (c) $\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
 (d) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ (e) $\sqrt{27} - 8\sqrt{3}$ (f) $\sqrt{50} - \sqrt{72}$

E.20 

1) Réduire chacune des expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier :

$$(a) \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \quad (b) 2\sqrt{8} \quad (c) 3\sqrt{50} + \sqrt{2}$$

2) Faire de même avec les expressions suivantes :

$$(a) 2\sqrt{18} + \sqrt{50} \quad (b) 4\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$$

$$(c) \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \times \sqrt{40} - \sqrt{45}$$

E.21  Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers.

- (a) $3\sqrt{28} - 9\sqrt{7}$ (b) $\sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{200}$
 (c) $2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$ (d) $\sqrt{4500} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{125}$

E.22 

1) Écrire le calcul suivant sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier :

$$2\sqrt{48} + 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

2) Montrer que A est un nombre entier :

$$\sqrt{63} - 4\sqrt{2} + \sqrt{18} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{7}$$

E.23  Développer puis simplifier les expressions suivantes :

- (a) $\sqrt{2}(\sqrt{18} + 2)$ (b) $\sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{45})$

E.24

Développer et donner le résultat sous forme simplifiée :

(a) $(2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2})$

(c) $(5 + \sqrt{2})(5 + \sqrt{2})$

(e) $(2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 2)$

(b) $(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{2})$

(d) $(\sqrt{3} \times \sqrt{2})^2$

E.25  Calculer et simplifier au maximum l'écriture des racines suivantes :

(a) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ (b) $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

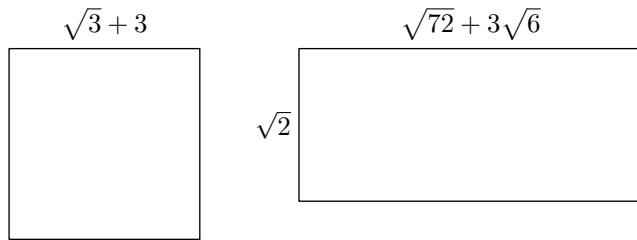
E.26  Développer et simplifier les expressions suivantes :

(a) $(2\sqrt{3} + 1)^2$ (b) $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

E.27  Dans cet exercice toutes les longueurs sont données en cm.

On considère les deux figures ci-dessous où :

- La mesure d'un côté du carré est $\sqrt{3} + 3$
- Les dimensions du rectangle $\sqrt{72} + 3\sqrt{6}$ et $\sqrt{2}$.



1 Calculer l'aire \mathcal{A} du carré ; réduire l'expression obtenue.

2 Calculer l'aire \mathcal{A}' du rectangle.

3 Vérifier que ce rectangle et ce carré ont la même aire.

E.28  On considère le triangle ABC ayant les mesures suivantes :

$$AB = \sqrt{5} - 2 \quad ; \quad BC = \sqrt{5} - 1 \quad ; \quad AC = 2 \times \sqrt{5}$$

Le triangle ABC est-il rectangle? Justifier.