Première Spécialité - Chapitre 15

E.1 On considère une urne contenant 11 boules. Certaines sont rondes, d'autres carrés. Certaines sont blanches, d'autres sont rayés. Elles sont représentées ci-dessous :

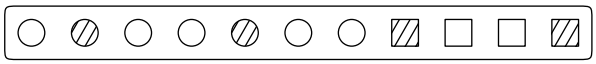
On suppose qu'en appuyant sur un bouton, les boules sortent au hasard de l'urne. On vient de constituer une expérience aléatoire suivant la loi d'équiprobabilité.

On associe un gain à chacune des boules de la manière suivante :

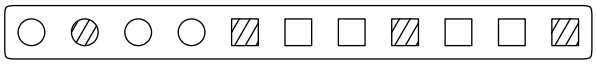
- Une boule rapporte 1 € alors qu'un carré rapporte 2 €.
- De plus, si l'élément est rayé, le gain est augmenté de 1 €.

Cette association d'une valeur à chaque événement élémentaire constitue une variable aléatoire. Notons-la $\mathcal{X}$.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



2. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



E.2 Une urne contient quatre boules bleues numérotées de 1 à 4, trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et deux boules vertes numérotées de 1 à 2.

1. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chacune des boules le numéro inscrit sur celui-ci.
   Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
2. Au tirage d'une boule dans cette urne, on associe les règles de jeu suivantes :
   - Si la boule tirée est bleue et porte un entier pair, le joueur gagne 2 €.
   - Si la boule tirée n'est pas bleue et porte un entier pair, le joueur gagne 3 €.
   - Sinon le joueur ne gagne rien.

   On note $\mathcal{Y}$ la variable aléatoire qui associe au tirage d'une boule le gain obtenu.

   Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$.

E.3 Un jeu consiste à lancer dé dodécaèdre parfaitement équilibré dont les faces sont numérotés de 1 à 12. Le jeu consiste à lancer une fois le dé.

On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui associe à chaque valeur d'une face le nombre de diviseurs de cette valeur.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.4

On définit l'ensemble $\{\mathcal{X}\leqslant 2\}$ comme l'ensemble des événements élémentaires prenant une valeur inférieure ou égale à 2 : $\{\mathcal{X}\leqslant 2\} = \{\omega \in \Omega \mid \mathcal{X}(\omega)\leqslant 2\}$

Dans le cas Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$, on a : $\{\mathcal{X}\leqslant 2\} = \{\mathcal{X}=0\} \cup \{\mathcal{X}=1\} \cup \{\mathcal{X}=2\}$

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire prenant les valeurs entières de 1 à 6 et dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,05	0,12	0,15	0,23	0,17	

1. Compléter le tableau de la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}>3)$

E.5 Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26

1. Justifier que le tableau ci-dessous représente bien une loi de probabilité.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 2)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<2)$
   c. $\mathcal{P}(\{\mathcal{X}=1\}\cup\{\mathcal{X}=3\})$

E.6 Dans un jeu basé sur une expérience aléatoire, la variable aléatoire $\mathcal{X}$ mesure le gain réalisé par le participant. Le tableau suivant présente la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$:

x	0	1	2	3	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x)$	0,34	0,3	0,19	0,15	0,02

Déterminer les probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 3)$ c. $\mathcal{P}(2\leqslant\mathcal{X}<5)$

E.7

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- la face "1" rapporte 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- les autres faces ne rapportent rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

1. Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$.
   ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$
2. Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(\mathcal{X}>1)$.
   ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$

E.8

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- les faces "1" et "3" rapportent 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- la face "5" ne rapporte rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

1. Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$.
   ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$
2. Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(\mathcal{X}>1)$.
   ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$

E.9 On considère l'expérience aléatoire consistant à un jeté un dé truqué à 6 faces. On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui, à chaque lancer, renvoie le numéro de la face obtenue.

Ci-dessous est donnée la loi de distribution cumulative de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant k)$	0,275	0,34	0,51	0,6	0,84	1

1) Déterminer les probabilités suivantes :

a) $\mathcal{P}(\mathcal{X}>3)$ b) $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 4)$

2) a) Justifier que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}=2)=0{,}065$

b) Déterminer les probabilités suivantes :
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}=6)$

3) Déterminer les probabilités suivantes :

a) $\mathcal{P}(2\leqslant\mathcal{X}\leqslant 5)$ b) $\mathcal{P}(3<\mathcal{X}\leqslant 5)$

E.10

Définition :
Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire prenant $n+1$ valeurs notées x_0, x_1, …, x_n. On appelle **espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$**, le nombre noté $E(\mathcal{X})$ défini par :

$E(\mathcal{X})=x_0\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_0)+x_1\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_1)+\cdots+x_n\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_n)$

Cette somme se note aussi : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} x_k\cdot\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_k)$

Dans un jeu basé sur une expérience aléatoire, la variable aléatoire $\mathcal{X}$ mesure le gain réalisé par le participant. Le tableau suivant présente la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,34	0,3	0,19	0,15	0,02

Déterminer l'espérance de cette variable aléatoire.

Remarque : l'espérance aléatoire correspond à la valeur moyenne prise par la variable aléatoire $\mathcal{X}$ lorsqu'on répète un grand nombre de fois l'expérience aléatoire.

E.11 On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	5	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,4	0,38	0,15	0,05	0,02

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.12 On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,51	0,08	0,17	0,24

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.13 Pour entretenir en bon état de fonctionnement le chauffage, une société immobilière fait contrôler les chaudières de son parc de logements pendant l'été. On sait que 20 % des chaudières sont sous garantie.

On considère les événements suivants :

- A : "*La chaudière est garantie*" ;
- B : "*La chaudière est défectueuse*".

Voici la probabilité de certains éléments :

E	A	$\overline{A}\cap B$	$\overline{A}\cap\overline{B}$
$\mathcal{P}(E)$	0,2	0,08	0,72

Le contrôle est gratuit si la chaudière est sous garantie. Il coûte 80 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et n'est pas défectueuse. Il coûte 280 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et est défectueuse. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui représente le coût du contrôle d'une chaudière.

Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$ et son espérance mathématique.

E.14 Un jeu consiste à tirer une boule au hasard d'une urne. Le gain du jeu est associé à la couleur de la boule tirée :

- Une boule rouge rapporte 10 €.
- Une boule bleue rapporte 1 €.
- Une boule verte ne rapporte aucun gain.

1. L'urne A comporte 1 boule rouge, 10 boules bleues et 5 boules vertes.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associée au gain d'une boule tirée dans l'urne A.

   a. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

2. L'urne B comporte 3 boules rouges, 3 boules bleues et 20 boules vertes.

   On note $\mathcal{Y}$ la variable aléatoire associée au gain d'une boule tirée dans l'urne B.

   a. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$.

   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$.
   (on arrondira la valeur au centième près).

3. Paul souhaite participer au jeu. Quelle est l'urne la plus avantageuse pour lui?

E.15

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- la face "1" rapporte 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- les autres faces ne rapportent rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

☐ $\frac{9}{6}$ ☐ $\frac{10}{6}$ ☐ $\frac{11}{6}$ ☐ $\frac{12}{6}$

E.16

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- les faces "1" et "3" rapportent 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- la face "5" ne rapporte rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

☐ $\frac{9}{6}$ ☐ $\frac{10}{6}$ ☐ $\frac{11}{6}$ ☐ $\frac{12}{6}$

E.17 On considère un jeu de 32 cartes. Un jeu consiste à tirer une carte au hasard parmi ces cartes. On considère les trois événements ci-dessous :

- A : la carte tirée est un coeur ;
- B : la carte tirée est une figure ;
- C : la carte tirée est 7, 8 ou 9.

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

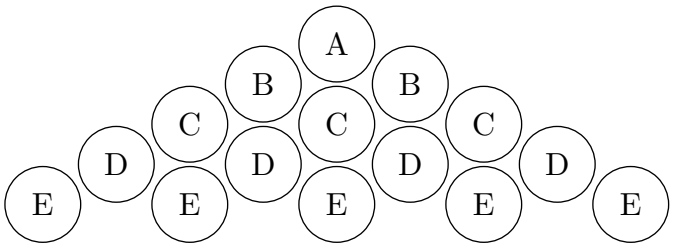
On associe un gain à la carte tirée de la manière suivante :

- les cartes de $A \cap C$ rapporte 1 point ;
- les cartes de $\overline{A} \cap B$ rapporte 2 points ;
- les cartes de $A \cap B$ rapporte 4 points.
- les autres cartes ne rapportent pas de points.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à une carte le nombre de points gagnés.

Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.18 Un jeu utilise un sac rempli de jetons portant chacune une lettre sur une de ces faces. Voici ci-dessous le contenu de ce sac :



Le joueur tire un jeton avant de le remettre dans le sac et chaque jeton est associé à un nombre de points de la manière suivante :

- Chaque voyelle rapporte le même nombre de points.
- Chaque consonne rapporte le double de points d'une voyelle.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chacun des jetons le nombre points associés.

Sachant que l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$ est $\dfrac{8}{5}$, déterminer le nombre de points attribués à chaque voyelle.

E.19

Définition : on considère $(\Omega;\mathcal{P})$ une expérience aléatoire et $\mathcal{X}$ une variable aléatoire sur Ω prenant les valeurs k_1, k_2, …, k_n.

- On appelle **variance de $\mathcal{X}$** le nombre, noté $V(\mathcal{X})$ définit par : $V(\mathcal{X}) = \sum_{i=1}^{n} \left[k_i - E(\mathcal{X})\right]^2 \times \mathcal{P}(\mathcal{X}=k_i)$
- On appelle **écart-type de $\mathcal{X}$** le nombre, noté $\sigma(\mathcal{X})$ définit par : $\sigma(\mathcal{X}) = \sqrt{V(\mathcal{X})}$

On considère une expérience aléatoire à laquelle est associée une variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

k	-2	1	3	5	8
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

1. Montrer que : $E(\mathcal{X}) = 3$.
2. a. Compléter le tableau ci-dessous :

k	-2	1	3	5	8
$k - E(\mathcal{X})$					
$\left[k - E(\mathcal{X})\right]^2$					
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

b. En déduire la valeur de la variance.

E.20 En fin d'année l'association des élèves d'un lycée organise une tombola : 100 tickets sont mis en vente à 10 euros l'unité.

Voici les différents tickets gagnants :

- 2 tickets gagnent 50 €;
- 10 tickets gagnent 20 €;
- 20 tickets gagnent 10 €.

(1) Quelle est la somme des gains de cette tombola?

On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir un ticket au hasard et la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui à chaque ticket associe sa valeur.

(2) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

(3) (a) Déterminer l'espérance $E(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

(b) Déterminer la variance $V(\mathcal{X})$ et l'écart type $\sigma(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$. *(on arrondira les valeurs au dixième près).*

Remarque : on pourra compléter le tableau ci-dessous pour déterminer la variance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

k	0	10	20	50
$k-E(\mathcal{X})$				
$\left[k-E(\mathcal{X})\right]^2$				
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

E.21 En fin d'année l'association des élèves d'un lycée organise une tombola ; 100 tickets à 10 euros chacun sont mis en vente.

Voici les différents tickets gagnants :

- 2 tickets gagnent 100 €;
- 15 tickets gagnent 10 €;

(1) (a) Quelle est la somme des gains dans cette tombola?

(b) Si tous les tickets sont vendus, quel sera le bénéfice réalisé par les organisateurs?

On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard un ticket et la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui, à chaque ticket, associe sa valeur.

(2) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

(3) (a) Déterminer l'espérance $E(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

(b) Déterminer la variance $V(\mathcal{X})$ et $\sigma(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$. *(on arrondira les valeurs au centième près).*

E.22 Un magasin de sport propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée.

Son matériel loué est constitué de 60 % de skis de piste, le reste étant également réparti entre les snowboards et les skis de randonnées.

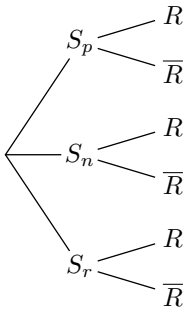
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Indépendamment du type de matériel loué, 30 % du matériel nécessite une réparation.

Chaque paire de ski et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise son suivi. On tire au hasard une fiche. On considère les événements suivants :

- S_p : "*La fiche est celle d'une paire de skis de piste*";
- S_n : "*La fiche est celle d'un snowboard*";
- S_r : "*La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée*";
- R : "*Le matériel nécessite une réparation*"; $\overline{R}$ est son événement contraire.

Tous les résultats des quatre premières questions seront arrondies à 10^{-3}.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre :



2. a. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ne nécessitant pas une réparation.

   b. Calculer $\mathcal{P}\left(S_p \cup \overline{R}\right)$: la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ou un matériel ne nécessitant pas une réparation.

3. Le coût de la location de skis de piste ou d'un snowboard est de 20 €, celui d'une paire de skis de randonnée est de 15 €. En cas de réparation, un surcoût de 15 € est facturé.

   On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui associe à une fiche le montant de la facturation associée.

   a. Dresser un tableau représentant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.23 Cinq garçons et trois filles participent écrivent leur nom sur un bout de papier et l'insèrent dans une urne.

On extrait, successivement et avec remise, deux bouts de papier de l'urne. On considère que les deux tirages sont indépendants.

1. À chaque tirage, on regarde si le papier tiré désigne un garçon ou une fille. Construire l'arbre de probabilité lié à cette expérience.

2. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à une issue de ce tirage le nombre de filles sélectionnées.

   a. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   b. Calculer son espérance mathématique de $E(\mathcal{X})$.

E.24 Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture.

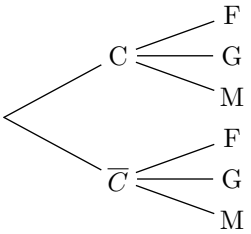
Quel que soit le type de barquette achetée, le client choisi à 50 % des cas la myrtille pour fruit, 30 % des framboises dans les autres cas, c'est la groseille qui est choisie.

On notera :

- C l'événement "*le client achète une barquette de fruits à confiture*" ;
- F l'événement "*le client demande des framboises*" ;
- G l'événement "*le client demande des groseilles*" ;
- M l'événement "*le client demande des myrtilles*" ;

On suppose que le fruit choisit ne dépend pas du type de barquette acheté et que chaque client n'achète qu'une barquette.

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. Déterminer la probabilité de $\overline{C} \cap F$.

3. Le producteur fixe les prix de ses barquettes de la manière suivante :

   - Le prix de base d'une barquette de fruits à confiture est vendue 5 euros et celui d'une barquette de fruits à déguster est vendue 3 euros ;
   - Si la barquette choisit contient des framboises, il ajoute 1 euro au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisit contient des myrtilles, il ajoute 2 euros au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisit contient des groseilles, le prix de base reste inchangé.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à chaque client le prix de la barquette acheté.

   a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $\mathcal{X}$?

   b. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

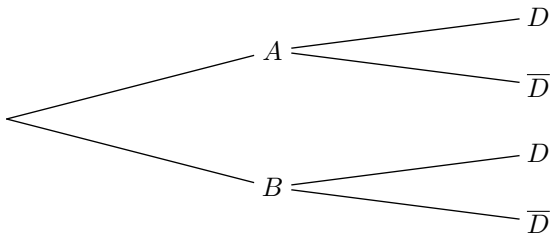
E.25 Une usine produit ses télévisions sur deux chaines de productions A et B. On considère les événements :

- A : "*la télévision est produite sur la chaine A*"
- B : "*la télévision est produite sur la chaine B*"
- D : "*la télévision produite est défectueuse*"

À la sortie de la chaîne de production, on choisit au hasard une télévision. On a les probabilités suivantes :

$\mathcal{P}(A) = 0{,}8 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(D) = 0{,}1 \quad ; \quad \mathcal{P}_B(D) = 0{,}2$

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. a. Justifier que : $\mathcal{P}\left(B \cap \overline{D}\right) = 0{,}16$

   b. Justifier que : $\mathcal{P}\left(\overline{D}\right) = 0{,}88$.

   c. Justifier qu'au millième près, on a : $\mathcal{P}_D(A) \approx 0{,}667$

3. On a les informations suivantes :

   - Une télévision produite sur la chaine A a un coût de revient de 250 \$.
   - Une télévision produite sur la chaine B a un coût de revient de 300 \$.
   - Le coût de répération d'une télévision défectueuse est de 50 \$.

   On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui a une télévision produite dans l'usine, associe son coût total de production.

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$

   b. Déterminer, au centième près, l'espérance de $\mathcal{X}$

E.26 Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note les événements :

- M : "*l'animal est porteur de la maladie*" ;
- T : "*le test est positif*".

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.

2. Un animal est choisi au hasard.

   a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif?

   b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058.

3. Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie? On arrondira la probabilité au millième près.

4. Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant réagi positivement au test est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.

   D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

(a) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire associant à un animal le coût à engager.

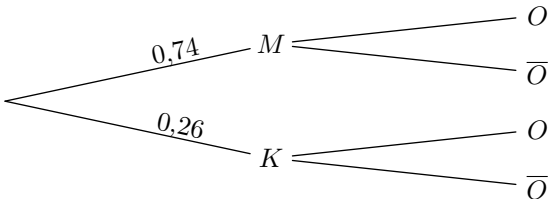
(b) Un éleveur possède un troupeau de 200 bêtes. Si tout le troupeau est soumis au test, quelle somme doit-il prévoir d'engager?

E.27 D'après une étude récente, il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'ostéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'ostéopathie.

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

- M : "*la personne choisie est médecin*" ;
- K : "*la personne choisie est kinésithérapeute*" ;
- O : "*la personne choisie pratique l'ostéopathie*".

(1) On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



(a) Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.

(b) Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(O)$ est égale à 0,026 8.

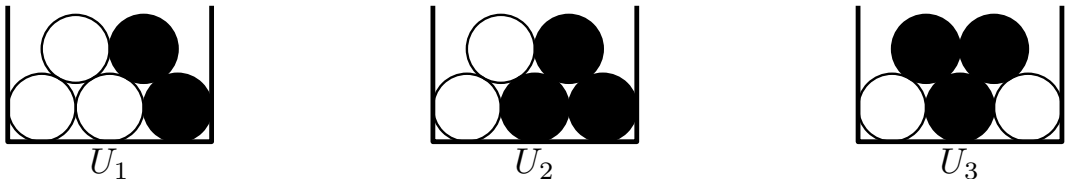
(c) Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.
Détermine la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

(2) Le prix d'une consultation chez un kinésithérapeute est de 30 € et celle d'un médecin est de 35 €. De plus, si ce praticien pratique l'ostéopathie, il augmente le prix de la consultation de 5 €.
On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui, à la personne choisie au hasard, associe le prix d'une de ses consultations.

(a) Dresser le tableau représentant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

(b) Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.28 Un jeu est constitué d'un dé équilibré et des trois urnes ci-dessous composées chacune de boules noires et de boules blanches :



Le joueur tire une boule dans une des urnes ; l'urne est choisie en fonction de la face du dé obtenue au cours d'un lancer :

- Si la face obtenue est 1, il tire la boule dans l'urne U_1 ;
- Si la face obtenue est paire, il tire la boule dans l'urne U_2 ;
- Si la face obtenue est 3 ou 5, il utilisera l'urne U_3.

(1) Déterminer la probabilité de tirée la boule dans l'urne U_1 ; dans l'urne U_2 ; dans l'urne U_3.

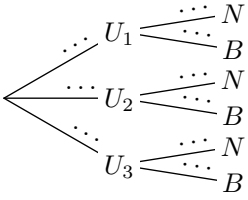
(2) (a) En tirant la boule dans l'urne U_1, quel est la probabilité de tirer une boule noire?

(b) En tirant la boule dans l'urne U_2, quel est la probabilité de tirer une boule noire?

(c) En tirant la boule dans l'urne U_3, quel est la probabilité de tirer une boule noire?

(3) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre :

(4) Déterminer la probabilité de l'événement suivant :
A : "*La boule tirée est noire.*"



(5) Le joueur gagne 5 € lorsque la dernière boule tirée est une boule noire et perd sinon ; quel est l'espérance de ce jeu?

E.29 Amélie doit traverser la rue principale d'un village qui est jalonnée de deux feux tricolores.

Pour $n \in \{1\,;2\}$, on note E_n l'événement "*Amélie est arrêtée par le n^e feu rouge ou orange*" et $\overline{E_n}$ l'événement contraire. Le feu orange est considéré comme un feu rouge.

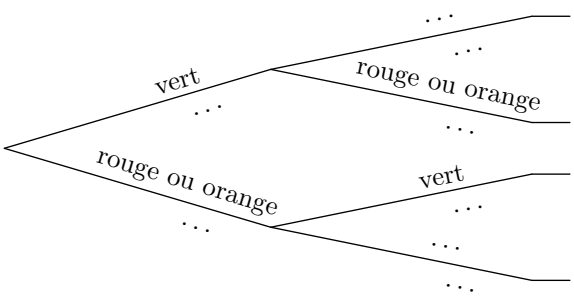
Soit p_n la probabilité de E_n et q_n celle de $\overline{E_n}$. La probabilité, que le premier feu tricolore soit rouge ou orange, vaut $\dfrac{1}{8}$

On suppose que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- La probabilité, que le second feu tricolore soit rouge ou orange si le premier feu est rouge, vaut $\dfrac{1}{20}$.
- La probabilité que le second feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est vert, est égale à $\dfrac{9}{20}$.

On s'intéresse, tout d'abord, aux premiers feux tricolores.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de feux verts parmi ces deux feux tricolores. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.