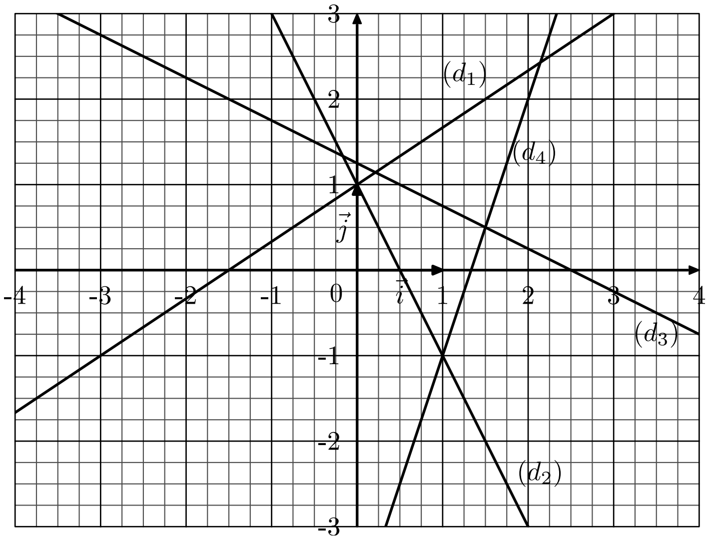
C.1

1. Déterminons un point et un couple de chacune des droites suivantes :

- Pour la droite (d_1).
  - Le point d'abscisse 0 de la droite (d_1) a son ordonnée y qui vérifie l'équation :
    $$2\times0-3\cdot y+3=0$$
    $$-3\cdot y+3=0$$
    $$-3\cdot y=-3$$
    $$y=\frac{-3}{-3}$$
    $$y=1$$
    Le point de coordonnées $(0\,;1)$ appartient à la droite (d_1).
  - Le vecteur $\overrightarrow{u_1}(3\,;2)$ est un vecteur directeur de la droite (d_1).
- Pour la droite (d_2).
  - Le point d'ordonnée 1 de la droite (d_2) a son abscisse x qui vérifie l'équation :
    $$-2\cdot x-1+1=0$$
    $$-2\cdot x=0$$
    $$x=0$$
    Le point de coordonnées $(0\,;1)$ appartient à la droite (d_2).
  - Le vecteur $\overrightarrow{u_2}(1\,;-2)$ est un vecteur directeur de la droite (d_2).
- Pour la droite (d_3).
  - Le point d'abscisse 2 de la droite (d_3) a son ordonnée y qui vérifie l'équation :
    $$4\times2+8\cdot y-10=0$$
    $$8+8\cdot y-10=0$$
    $$8\cdot y-2=0$$
    $$8\cdot y=2$$
    $$y=\frac{2}{8}$$
    $$y=\frac{1}{4}$$
    Le point de coordonnées $\left(2\,;\frac{1}{4}\right)$ appartient à la droite (d_3).
  - Le vecteur $\overrightarrow{u_3}(-8\,;4)$ est un vecteur directeur de la droite (d_3).
    Avec le coefficient de colinéarité $\frac{1}{4}$, le vecteur $\overrightarrow{w_3}(-2\,;1)$ est un vecteur directeur de la droite (d_3).
- Pour la droite (d_4).
  - Le point d'abscisse 1 de la droite (d_4) a son ordonnée y qui vérifie l'équation :
    $$-3\times1+y+4=0$$
    $$-3+y+4=0$$
    $$y+1=0$$
    $$y=-1$$
    Le point de coordonnées $(1\,;-1)$ appartient à la droite (d_4).
  - Le vecteur $\overrightarrow{u_4}(-1\,;-3)$ est un vecteur directeur de la droite (d_4).
    Avec le coefficient de colinéarité -1, le vecteur $\overrightarrow{w_4}(1\,;3)$ est un vecteur directeur de la droite (d_4).

2. Voici la représentation de ces quatre droites :



C.2

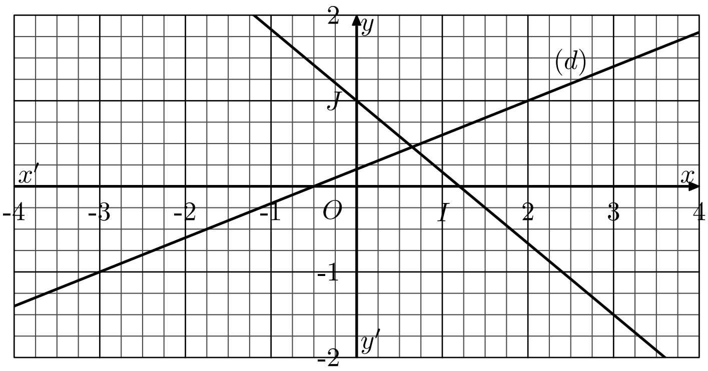
1. Par lecture du graphique, la droite (d) passe par les deux points :
   $A(-3\,;-1)$; $B(2\,;1)$

   Ainsi, la droite (d) admet pour vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{AB}$ dont les coordonnées sont :
   $$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(2-(-3)\,;1-(-1))$$
   $$=(2+3\,;1+1)=(5\,;2)$$
   La droite (d) admet l'équation suivante pour équation cartésienne :
   $$2\cdot x-5\cdot y+c=0 \quad \text{où } c\in\mathbb{R}$$
   Les coordonnées du point B vérifient cette équation :
   $$2\times2-5\times1+c=0$$
   $$4-5+c=0$$
   $$-1+c=0$$
   $$c=1$$
   On en déduit que l'équation ci-dessous est une équation cartésienne de (d) :
   $$2\cdot x-5\cdot y+1=0$$

2. a. Le point C de la droite (Δ) d'abscisse 0 vérifie l'équation :
   $$5\cdot x_C+6\cdot y_C-6=0 \qquad 6\cdot y_C=6$$
   $$5\times0+6\cdot y_C-6=0 \qquad y_C=\frac{6}{6}$$
   $$6\cdot y_C-6=0 \qquad y_C=1$$
   Le point C a pour coordonnées $C(0\,;1)$

   Le point D de la droite (Δ) d'abscisse 3 vérifie l'équation :
   $$5\cdot x_D+6\cdot y_D-6=0 \qquad 6\cdot y_D=-9$$
   $$5\times3+6\cdot y_D-6=0 \qquad y_D=\frac{-9}{6}$$
   $$15+6\cdot y_D-6=0 \qquad y_D=-\frac{3}{2}$$
   $$9+6\cdot y_D=0$$
   Le point D a pour coordonnées $D\left(3\,;-\frac{3}{2}\right)$.

   b. Voici la représentation de la droite (Δ) :



(3) Le point d'intersection des deux droites a ses coordonnées qui doivent vérifier les équations cartésiennes de ces deux droites. Ainsi, ses coordonnées doivent vérifier le système d'équations suivant :

$$\left\{\begin{array}{l} 2x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 6y - 6 = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 10x - 25y + 5 = 0 \\ 10x + 12y - 12 = 0 \end{array}\right.$$

Par soustraction, membre à membre, de ces deux équations, on obtient :

$$0x - 37y + 17 = 0 \qquad -37y = -17 \qquad y = \frac{-17}{-37} \qquad y = \frac{17}{37}$$

Utilisons la valeur de l'ordonnée trouvée dans la première équation :

$$2x - 5y + 1 = 0 \qquad 2x - 5\times\frac{17}{37} + 1 = 0 \qquad 2x - \frac{85}{37} + 1 = 0 \qquad 2x = \frac{85}{37} - 1$$

$$2x = \frac{85-37}{37} \qquad 2x = \frac{48}{37} \qquad x = \frac{24}{37}$$

Ainsi, le point d'intersection des droites (d) et (Δ) a pour coordonnées $\left(\frac{24}{37}\,;\frac{17}{37}\right)$

C.3

(a) De la première équation, on déduit la valeur de l'inconnue x en fonction de l'inconnue y :

$$x - 3y = 8 \qquad x = 3y + 8$$

En substituant dans la seconde équation, l'inconnue x par son expression en fonction de y, on obtient :

$$4x + y = -7 \qquad 4(3y+8) + y = -7 \qquad 12y + 32 + y = -7 \qquad 13y = -7 - 32$$

$$13y = -39 \qquad y = \frac{-39}{13} \qquad y = -3$$

En utilisant la valeur de y dans l'expression de l'inconnue x, on a :

$$x = 3y + 8 = 3\times(-3) + 8 = -9 + 8 = -1$$

On en déduit que le couple $(-1\,;-3)$ est solution du système (S).

(b) Le système (S) : $\left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = 10 \\ 5x + 10y = 20 \end{array}\right.$

est équivalent au système : (S) : $\left\{\begin{array}{l} 10x + 15y = 50 \\ 10x + 20y = 40 \end{array}\right.$

Par soustraction de la première équation par la seconde équation, on obtient l'équation :

$$15y - 20y = 50 - 40 \qquad -5y = 10 \qquad y = \frac{10}{-5} \qquad y = -2$$

En utilisant la valeur de y dans la première équation, on obtient :

$$2x + 3y = 10 \qquad 2x + 3\times(-2) = 10 \qquad 2x - 6 = 10 \qquad 2x = 10 + 6$$

$$2x = 16 \qquad x = \frac{16}{2} \qquad x = 8$$

Ainsi, le système (S) admet le couple $(8\,;-2)$ pour solution.

C.4

(1) (a) La droite (d) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(2\,;3)$ pour vecteur normal. Son équation cartésienne est de la forme :

$$2x + 3y + b = 0 \qquad \text{où } b\in\mathbb{R}$$

Le point A appartient à la droite (d) :

$$2\times1 + 3\times0 + b = 0 \qquad 2 + b = 0 \qquad b = -2$$

La droite (d) admet l'équation cartésienne :

$$2x + 3y - 2 = 0$$

(b) La droite (Δ) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(-1\,;1)$ pour vecteur normal. Son équation cartésienne est de la forme :

$$-x + y + b = 0 \qquad \text{où } b\in\mathbb{R}$$

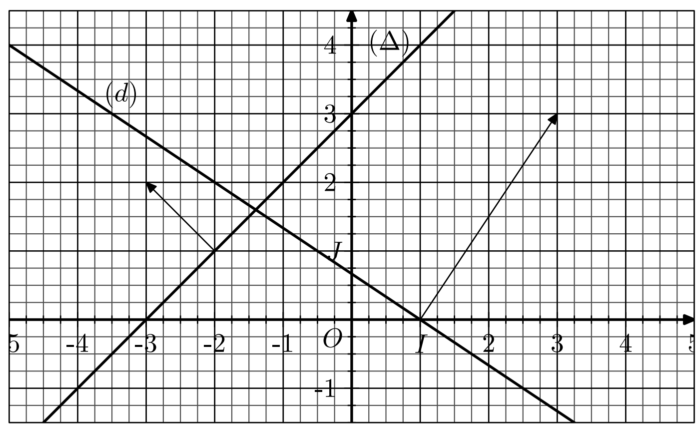
Le point A appartient à la droite (Δ) :

$$-(-2) + 1 + b = 0 \qquad 2 + 1 + b = 0 \qquad 3 + b = 0 \qquad b = -3$$

La droite (Δ) admet l'équation cartésienne :

$$-x + y - 3 = 0$$

(2) Voici la représentation de ces deux droites :



C.5

(a) La droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(5\,;2)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :

$$(d) : -2\cdot x + 5\cdot y + c = 0 \qquad c\in\mathbb{R}$$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$-2\cdot x_A + 5\cdot y_A + c = 0 \qquad -2\times1 + 5\times1 + c = 0 \qquad -2 + 5 + c = 0 \qquad 3 + c = 0 \qquad c = -3$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :
$-2{\cdot}x+5{\cdot}y-3=0$

b La droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(-1\,;1)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$(d):-1{\cdot}x-1{\cdot}y+c=0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned}-x_A-y_A+c&=0\\-4-(-1)+c&=0\\-4+1+c&=0\\-3+c&=0\\c&=3\end{aligned}$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :
$-x-y+3=0$

C.6

a La droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(1\,;-2)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$(d):x-2{\cdot}y+c=0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned}x_A-2{\cdot}y_A+c&=0\\-5-2\times2+c&=0\\-9+c&=0\\c&=9\end{aligned}$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :
$x-2{\cdot}y+9=0$

b La droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(-2\,;-4)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$(d):-2{\cdot}x-4{\cdot}y+c=0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned}-2{\cdot}x_A-4{\cdot}y_A+c&=0\\-2\times(-1)-4\times3+c&=0\\2-12+c&=0\\-10+c&=0\\c&=10\end{aligned}$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :
$-2{\cdot}x-4{\cdot}y+10=0$

C.7

1 Le vecteur $\overrightarrow{n}(-2\,;1)$, la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$-2{\cdot}x+y+c=0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de cette droite :

$$\begin{aligned}-2{\cdot}x_A+y_A+c&=0\\-2\times4+1+c&=0\\-8+1+c&=0\\-7+c&=0\\c&=7\end{aligned}$$

La droite (d) admet l'équation cartésienne :
$-2{\cdot}x+y+7=0$

2 La droite (d) admettant l'équation cartésienne :
$x-4{\cdot}y+3=0$

- On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{n'}(1\,;-4)$ est un vecteur normal à la droite (d).
- Le vecteur $\overrightarrow{u}(4\,;1)$ est un vecteur orthogonal au vecteur $\overrightarrow{n'}$:
  $\overrightarrow{n'}\cdot\overrightarrow{u}=1\times4+(-4)\times1=4-4=0$
  On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur de la droite (d).
- Le point $B(-3\,;0)$ est un point de la droite (d') car :
  $x_B-4{\cdot}y_B+3=-3-4\times0+3=-3+0+3=0$

C.8

1 La droite (d) a pour équation cartésienne :
$2{\cdot}x+3{\cdot}y+5=0$

On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{u}(2\,;3)$ est un vecteur normal à la droite (d).

Le point M d'intersection de la droite (d) avec l'axe des abscisses a pour coordonnées $M(x\,;0)$. Le point M appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite :

$$\begin{aligned}2{\cdot}x_M+3{\cdot}y_M+5&=0\\2{\cdot}x+3\times0+5&=0\\2{\cdot}x+5&=0\\2{\cdot}x&=-5\\x&=-\frac{5}{2}\end{aligned}$$

Le point M a pour coordonnées : $M\Big(-\dfrac{5}{2}\,;0\Big)$

2 La droite (d') a pour équation cartésienne :
$-x+2{\cdot}y-2=0$

On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{u}(-1\,;2)$ est un vecteur normal à la droite (d').

Le point N d'intersection de la droite (d') avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $N(0\,;y)$. Le point N appartenant à la droite (d'), ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite :

$$\begin{aligned}-x_N+2{\cdot}y_N-2&=0\\-0+2\times y-2&=0\\2{\cdot}y-2&=0\\2{\cdot}y&=2\\y&=1\end{aligned}$$

Le point N a pour coordonnées : $N(0\,;1)$

C.9

1 Le point K milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :
$K\Big(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\dfrac{y_A+y_B}{2}\Big)=\Big(\dfrac{-2+4}{2}\,;\dfrac{-3+1}{2}\Big)$
$=\Big(\dfrac{2}{2}\,;\dfrac{-2}{2}\Big)=(1\,;-1)$

2 La médiatrice du segment $[AB]$ étant une droite perpendiculaire à la droite (AB), on en déduit que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur orthogonal à la droite (d).

$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(4-(-2)\,;1-(-3))$
$=(4+2\,;1+3)=(6\,;4)$

3 On en déduit que la droite (d) admet pour équation

cartésienne, une équation de la forme suivante :
$6{\cdot}x+4{\cdot}y+c=0 \quad \text{où } c\in\mathbb{R}$.

Le point K appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient cette équation :

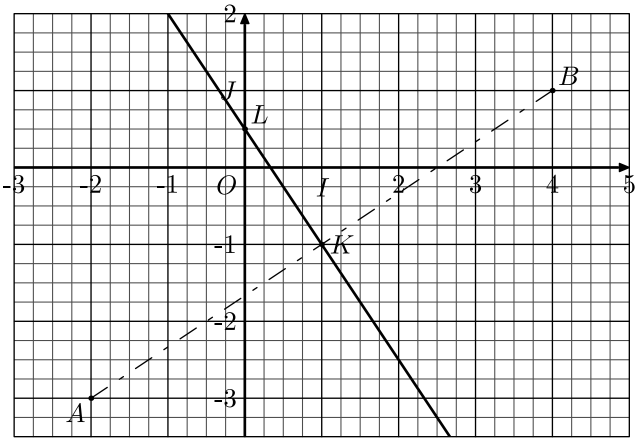
$$\begin{aligned} 6{\cdot}x_K+4{\cdot}y_K+c&=0\\ 6\times1+4\times(-1)+c&=0\\ 6-4+c&=0\\ 2+c&=0\\ c&=-2 \end{aligned}$$

La droite (d) admet pour équation cartésienne :
$6{\cdot}x+4{\cdot}y-2=0$

(4) Le point K appartient à la droite (d). Déterminons les coordonnées du point L d'abscisse 0 appartenant à la droite (d). On a :

$$\begin{aligned} 6{\cdot}x_L+4{\cdot}y_L-2&=0\\ 6\times0+4{\cdot}y_L-2&=0\\ 4{\cdot}y_L-2&=0\\ 4{\cdot}y_L&=2\\ y_L&=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Voici la représentation de la droite (d) dans le repère :



C.10

(1) (a) Les deux droites (d_1) et (d_2) admettent pour vecteurs normaux respectivement $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ dont les coordonnées sont : $\overrightarrow{u}\,(1\,;2) \quad ; \quad \overrightarrow{v}\,(4\,;8)$

(b) Le déterminant du vecteur $\overrightarrow{u}$ par le vecteur $\overrightarrow{v}$ a pour valeur :
$\det\left(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v}\right)=x{\cdot}y'-x'{\cdot}y=1\times8-4\times2=8-8=0$
Le critère de colinéarité permet d'affirmer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires : les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

(2) (a) Les deux droites (Δ_1) et (Δ_2) admettent pour vecteurs normaux respectivement $\overrightarrow{u}\,'$ et $\overrightarrow{v}\,'$ dont les coordonnées sont : $\overrightarrow{u}\,'(4\,;3) \quad ; \quad \overrightarrow{v}\,'(-6\,;8)$

(b) Le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{u}\,'$ et $\overrightarrow{v}\,'$ a pour valeur :
$\overrightarrow{u}\,'{\cdot}\overrightarrow{v}\,'=x{\cdot}x'+y{\cdot}y'=4\times(-6)+3\times8=-24+24=0$
On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{u}\,'$ et $\overrightarrow{v}\,'$ sont orthogonaux : les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont perpendiculaires.

C.11 D'après l'équation cartésienne de la droite (d), le vecteur $\overrightarrow{u}\,(2\,;-1)$ est un vecteur normal de la droite (d).

(1) D'après l'équation cartésienne de la droite (d'), le vecteur $\overrightarrow{v}\,(5\,;b)$ est un vecteur normal de la droite (d').
Pour que les droites (d) et (d') soient parallèles, il faut et il suffit que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient colinéaires.
Étudions la condition :

$$\begin{aligned} \det\left(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v}\right)&=0\\ 2\times b-5\times(-1)&=0\\ 2{\cdot}b+5&=0\\ 2{\cdot}b&=-5\\ b&=-\frac{5}{2} \end{aligned}$$

On en déduit que la droite (d') a pour équation cartésienne :
$5{\cdot}x-\dfrac{5}{2}{\cdot}y-2=0$
qui admet aussi pour équation :
$10{\cdot}x-5{\cdot}y-4=0$

(2) D'après l'équation cartésienne de la droite (Δ), le vecteur $\overrightarrow{w}\,(a\,;3)$ est un vecteur normal de la droite (Δ).
Pour que les deux droites (d) et (Δ) soient perpendiculaires, il faut et il suffit que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$ soient orthogonaux.
Étudions la condition :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{w}&=0\\ 2\times a+(-1)\times3&=0\\ 2\times a-3&=0\\ 2\times a&=3\\ a&=\frac{3}{2} \end{aligned}$$

On en déduit une équation cartésienne de la droite (Δ) qui peut s'exprimer par :
$\dfrac{3}{2}{\cdot}x+3{\cdot}y-2=0$
et une équation cartésienne équivalente :
$3{\cdot}x+6{\cdot}y-4=0$

C.12

(1)
- Le vecteur $\overrightarrow{u}\,(3\,;-1)$ est un vecteur normal à la droite (d).
La droite (d) admet pour équation cartésienne :
$3{\cdot}x-y+c=0 \quad \text{où } c\in\mathbb{R}$
Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} 3{\cdot}x_A-y_A+c&=0\\ 3\times(-2)-1+c&=0\\ -6-1+c&=0\\ -7+c&=0\\ c&=7 \end{aligned}$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :
$(d) :\ 3{\cdot}x-y+7=0$

- Le vecteur $\overrightarrow{v}\,(1\,;1)$ est un vecteur normal à la droite (d').
La droite (d') admet pour équation cartésienne :
$x+y+c=0 \quad \text{où } c\in\mathbb{R}$
Le point B appartenant à la droite (d'), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d') :

$$\begin{aligned} x_B+y_B+c&=0\\ 3+2+c&=0\\ 5+c&=0\\ c&=-5 \end{aligned}$$

La droite (d') a pour équation cartésienne :

$(d') :\ x+y-5=0$

2 a Déterminons le déterminant du vecteur $\overrightarrow{u}$ par le vecteur $\overrightarrow{v}$:

$x{\cdot}y' - x'{\cdot}y = -2{\times}2 - 3{\times}1 = -4-3 = -7$

Le critère de colinéarité montre que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires : les droites (d) et (d') ne sont pas parallèles.

b Le point d'intersection des droites (d) et (d') a ses coordonnées qui sont solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} 3{\cdot}x - y + 7 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3{\cdot}x - y + 7 = 0 \\ 3{\cdot}x + 3{\cdot}y - 15 = 0 \end{cases}$$

Membre à membre, par soustraction des deux équations, on obtient :

$$\begin{aligned} -y - 3{\cdot}y + 7 - (-15) &= 0 \\ -4{\cdot}y + 22 &= 0 \\ -4{\cdot}y &= -22 \\ y &= \frac{22}{4} \\ y &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

Utilisons la seconde équation :

$$\begin{aligned} x + y - 5 &= 0 \\ x + \frac{11}{2} - 5 &= 0 \\ x + \frac{11}{2} - \frac{10}{2} &= 0 \\ x + \frac{1}{2} &= 0 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ainsi, le point d'intersection a pour coordonnées :

$M\Big(-\frac{1}{2}\,;\frac{11}{2}\Big)$

C.13

1 La droite (d) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(2\,;1)$ pour vecteur directeur. On en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :

$-x + 2{\cdot}y + c = 0 \quad c{\in}\mathbb{R}$

Le point B appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} -x_B + 2{\cdot}y_B + c &= 0 \\ -1 + 2{\times}1 + c &= 0 \\ 1 + c &= 0 \\ c &= -1 \end{aligned}$$

La droite (d) admet pour équation cartésienne :

$-x + 2{\cdot}y - 1 = 0$

2 La droite (d') admet le vecteur $\overrightarrow{v}(4\,;-3)$ pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d') admet une équation cartésienne de la forme :

$4{\cdot}x - 3{\cdot}y + c = 0 \quad c{\in}\mathbb{R}$

Le point C appartenant à la droite (d'), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d') :

$$\begin{aligned} 4{\cdot}x_C - 3{\cdot}y_C + c &= 0 \\ 4{\times}2 - 3{\times}2 + c &= 0 \\ 8 - 6 + c &= 0 \\ 2 + c &= 0 \\ c &= -2 \end{aligned}$$

La droite (d') admet pour équation cartésienne :

$4{\cdot}x - 3{\cdot}y - 2 = 0$

3 a La droite (d) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(2\,;1)$ pour vecteur directeur.

Considérons le vecteur $\overrightarrow{w}(-1\,;2)$. On a le produit scalaire :

$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{w} = 2{\times}(-1) + 1{\times}2 = -2+2 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ étant orthogonaux, on en déduit que le vecteur $\overrightarrow{w}$ est un vecteur normal à la droite (d).

Déterminons le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$:

$\det\big(\overrightarrow{v}\,;\,\overrightarrow{w}\big) = 4{\times}2 - (-1){\times}(-3) = 8+3 = 5 \neq 0$

D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ ne sont pas colinéaires.

Ainsi, les droites (d) et (d') sont sécantes.

b Les droites (d) et (d') étant sécante, leur point d'intersection a ses coordonnées qui vérifient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} -x + 2{\cdot}y - 1 = 0 \\ 4x - 3{\cdot}y - 2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 4x - 8{\cdot}y + 4 = 0 \\ 4x - 3{\cdot}y - 2 = 0 \end{cases}$$

Par soustraction de ces deux équations, on en déduit :

$$\begin{aligned} -5{\cdot}y + 6 &= 0 \\ -5{\cdot}y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-5} \\ y &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

Pour déterminer l'abscisse du point d'intersection, utilisons l'équation de la droite (d) :

$$\begin{aligned} -x + 2{\cdot}y - 1 &= 0 \\ -x + 2{\times}\frac{6}{5} - 1 &= 0 \\ -x + \frac{12}{5} - 1 &= 0 \\ -x + \frac{7}{5} &= 0 \\ -x &= -\frac{7}{5} \\ x &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Le point d'intersection des droites (d) et (d') a pour coordonnées $\Big(\frac{7}{5}\,;\frac{6}{5}\Big)$.

C.14

1 a La droite (Δ) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(2\,;-1)$, on en déduit qu'elle admet pour équation cartésienne :

$2{\cdot}x - y + c = 0 \quad c{\in}\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (Δ), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de (Δ) :

$$\begin{aligned} 2{\cdot}x_A - y_A + c &= 0 \\ 2{\cdot}\Big(-\frac{1}{3}\Big) - 1 + c &= 0 \\ -\frac{2}{3} - 1 + c &= 0 \\ -\frac{5}{3} + c &= 0 \\ c &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

On en déduit une équation cartésienne de la droite (Δ) : $\quad 2{\cdot}x - y + \frac{5}{3} = 0$

b) La droite (d) admet pour vecteur normal $\overrightarrow{v}(3;4)$ et la droite (Δ) admet pour vecteur normal $\overrightarrow{u}(2;-1)$.
Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :
$$\det(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}) = 2\times 4 - 3\times(-1) = 8+3 = 11$$
On en déduit que les deux vecteurs normaux $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires : les droites (d) et (Δ) ne sont pas parallèles.
Ainsi, les deux droites (d) et (d') sont sécantes.

2) a) Résolvons le système d'équations :
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x - 3y = -51 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 10 \\ 6x - 3y = -5 \end{cases}$$
Par soustraction des deux équations, on a :
$$\begin{aligned} 8y - (-3y) &= 10 - (-5) \\ 8y + 3y &= 10 + 5 \\ 11y &= 15 \\ y &= \frac{15}{11} \end{aligned}$$
En utilisant la première équation, on obtient :
$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 5 \\ 3x + 4\times\frac{15}{11} &= 5 \\ 3x + \frac{60}{11} &= 5 \\ 3x &= 5 - \frac{60}{11} \\ 3x &= \frac{55}{11} - \frac{60}{11} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 3x &= \frac{-5}{11} \\ x &= \frac{\frac{-5}{11}}{3} \\ x &= -\frac{5}{11}\times\frac{1}{3} \\ x &= -\frac{5}{33} \end{aligned}$$
Ce système d'équation admet pour solution le couple $\left(-\frac{5}{33}\,;\frac{15}{11}\right)$

b) Le point d'intersection des droites (d) et (Δ) a ses coordonnées qui vérifient les équations cartésiennes de ces deux droites :
$$\begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 2x - y + \frac{5}{3} = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 6x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$
D'après la question précédente, on en déduit que les deux droites (d) et (Δ) s'interceptent au point :
$$M\left(-\frac{5}{33}\,;\frac{15}{11}\right)$$

C.15

a) $I(1;2)$ est le centre du cercle $\mathscr{C}$. Soit $M(x;y)$ un point du cercle $\mathscr{C}$; sachant que le rayon du cercle est de $3\,cm$, on a la relation suivante :
$$\begin{aligned} IM^2 &= 9 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 &= 9 \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 9 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 &= 0 \end{aligned}$$
L'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$ est :
$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

b) Sachant que $I(-3;1)$ est le centre du cercle $\mathscr{C}$, on sait que ce dernier possède une équation cartésienne de la forme :
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2\times(-3)\times x - 2\times 1\times y + c &= 0 \\ x^2 + y^2 + 6x - 2y + c &= 0 \end{aligned}$$
Or c vérifie : $(-3)^2 + 1^2 - c = 5^2$
On en déduit que : $c = -15$
$$x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$$

C.16

- En utilisant la formule du cours, le cercle $\mathscr{C}$ admet pour équation cartésienne :
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + \left(-2\cdot x_A\right)\cdot x + \left(-2\cdot y_A\right)\cdot y + \left({x_A}^2 + {y_A}^2 - r^2 3\right) &= 0 \\ x^2 + y^2 + \left(-2\times 2\right)\cdot x + \left(-2\times 1\right)\cdot y + \left(2^2 + 1^2 - 4^2\right) &= 0 \\ x^2 + y^2 - 4\cdot x - 2\cdot y + \left(4 + 1 - 16\right) &= 0 \\ x^2 + y^2 - 4\cdot x - 2\cdot y - 11 &= 0 \end{aligned}$$
- En retrouvant cette équation cartésienne par la définition d'un cercle :
Soit $M(x;y)$ un point du cercle $\mathscr{C}$. Le point M est à une distance de 4 du centre A :
$$\begin{aligned} AM &= 4 \\ AM^2 &= 4^2 \\ \left[\sqrt{\left(x - x_A\right)^2 + \left(y - y_A\right)^2}\right]^2 &= 16 \\ \left(x-2\right)^2 + \left(y-1\right)^2 &= 16 \\ x^2 - 4\cdot x + 4 + y^2 - 2\cdot y + 1 - 16 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 4\cdot x - 2\cdot y - 11 &= 06 \end{aligned}$$

C.17

1) Les points $M(x;y)$ du cercle $\mathscr{C}$ vérifient :
$$\begin{aligned} KM &= 5 \\ KM^2 &= 5^2 \\ \left(x - x_K\right)^2 + \left(y - y_M\right)^2 &= 25 \\ \left(x-3\right)^2 + \left[y - (-1)\right]^2 &= 25 \\ x^2 - 6\cdot x + 9 + \left(y+1\right)^2 &= 25 \\ x^2 - 6\cdot x + 9 + y^2 + 2\cdot y + 1 &= 25 \\ x^2 + y^2 - 6\cdot x + 9 + 2\cdot y + 1 - 25 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 6\cdot x + 2\cdot y - 15 &= 0 \end{aligned}$$
L'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$ est :
$x^2 + y^2 - 6\cdot x + 2\cdot y - 15 = 0$

2) Vérifions si les coordonnées de ces points vérifient l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$:

a) ${x_M}^2 + {y_M}^2 - 6\cdot x_M + 2\cdot y_M - 15$
$= \left(-1\right)^2 + 2^2 - 6\times(-1) + 2\times 2 - 15$
$= 1 + 4 + 6 + 4 - 15 = 0$
Le point M appartient au cercle $\mathscr{C}$

b) ${x_N}^2 + {y_N}^2 - 6\cdot x_N + 2\cdot y_N - 15$
$= \left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(-\frac{29}{5}\right)^2 - 6\times\frac{8}{5} + 2\times\left(-\frac{29}{5}\right) - 15$
$= \frac{64}{25} + \frac{841}{25} - \frac{48}{5} - \frac{58}{5} - 15$
$= \frac{64}{25} + \frac{841}{25} - \frac{240}{25} - \frac{290}{25} - \frac{375}{25} = \frac{905 - 905}{25} = 0$
Le point N appartient au cercle $\mathscr{C}$

c) ${x_P}^2 + {y_P}^2 - 6\cdot x_P + 2\cdot y_P - 15$
$= \left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 6\times\frac{9}{5} + 2\times\frac{2}{5} - 15$
$= \frac{81}{25} + \frac{4}{25} - \frac{54}{5} + \frac{4}{5} - 15$
$= \frac{81}{25} + \frac{4}{25} - \frac{270}{25} + \frac{20}{25} - \frac{375}{25} = \frac{105 - 645}{25}$
$= \frac{-540}{25} \neq 0$

Le point P n'appartient pas au cercle $\mathscr{C}$

C.18

(a) Les points A et B sont diamétralement opposés. Si $M(x\,;y)$ est un point du cercle, alors MAB est un triangle rectangle en M ; on en déduit :

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$$

Or, on a : $\begin{cases}\overrightarrow{MA}=(-2-x\,;-y)\\ \overrightarrow{MB}=(4-x\,;-y)\end{cases}$

$$\begin{aligned}(-2-x)(4-x)+(-y)(-y)&=0\\ -8-2x+x^2+y^2&=0\\ x^2+y^2-2x+0y-8&=0\end{aligned}$$

Le cercle $\mathscr{C}'$ a pour équation cartésienne :
$x^2+y^2-2x+0y-8=0$

(b) De même, dans ce cas, on obtient :

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$$

Or, on a : $\begin{cases}\overrightarrow{MA}=(2-x\,;-3-y)\\ \overrightarrow{MB}=(-1-x\,;2-y)\end{cases}$

$$\begin{aligned}(2-x)(-1-x)+(-3-y)(2-y)&=0\\ -2-x+x^2-6+y+y^2&=0\\ x^2+y^2-x+y-8&=0\end{aligned}$$

C.19

- En utilisant la formule du cours :

$$\begin{aligned}x^2+y^2+(-x_A-x_B)\cdot x+(-y_A-y_B)+(x_A\cdot x_B+y_A\cdot y_B)&=0\\ x^2+y^2+\big[-(-2)-3\big]\cdot x+\big(-1-0\big)\cdot y+\big(-2\times3+1\times0\big)&=0\\ x^2+y^2-x-y+\big(-6+0\big)&=0\\ x^2+y^2-x-y-6&=0\end{aligned}$$

- En utilisant la caractérisation suivante du cercle. M est un point du cercle de diamètre $[AB]$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}&=0\\ \big(x-x_A\big)\big(x-x_B\big)+\big(y-y_A\big)\big(y-y_B\big)&=0\\ \big[x-(-2)\big]\big(x-3\big)+\big(y-1\big)\big(y-0\big)&=0\\ \big(x+2)\big]\big(x-3\big)+\big(y-1\big)\cdot y&=0\\ x^2-3\cdot x+2\cdot x-6+y^2-y&=0\\ x^2+y^2-x-y-6&=0\end{aligned}$$

C.20

(1) (a) Tout point M du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ vérifie :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}&=0\\ \big(x-x_A\big)\big(x-x_B\big)+\big(y-y_A\big)\big(y-y_B\big)&=0\\ \big[x-(-1)\big]\big(x-7\big)+\big(y-2\big)\big[y-(-4)\big]&=0\\ \big(x+1\big)\big(x-7\big)+\big(y-2\big)\big(y+4\big)&=0\\ x^2-7\cdot x+x-7+y^2+4\cdot y-2\cdot y-8&=0\\ x^2+y^2-6\cdot x+2\cdot y-15&=0\end{aligned}$$

(b) Tout point M du cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre $[CD]$ vérifie :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MD}&=0\\ \big(x-x_C\big)\big(x-x_D\big)+\big(y-y_C\big)\big(y-y_D\big)&=0\\ \Big[x-\Big(-\frac{9}{5}\Big)\Big]\Big(x-\frac{39}{5}\Big)+\Big(y-\frac{2}{5}\Big)\Big[y-\Big(-\frac{12}{5}\Big)\Big]&=0\\ \Big(x+\frac{9}{5}\Big)\Big(x-\frac{39}{5}\Big)+\Big(y-\frac{2}{5}\Big)\Big(y+\frac{12}{5}\Big)&=0\\ x^2-\frac{39}{5}\cdot x+\frac{9}{5}\cdot x-\frac{351}{25}+y^2+\frac{12}{5}\cdot y-\frac{2}{5}\cdot y-\frac{24}{25}&=0\\ x^2+y^2-\frac{30}{5}\cdot x+\frac{10}{5}\cdot y-\frac{375}{25}&=0\\ x^2+y^2-6\cdot x+2\cdot y-15&=0\end{aligned}$$

(2) Les équations cartésiennes étant identiques, on en déduit que les deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont confondus.

C.21

(1)
- $x_A{}^2+y_A{}^2-4\cdot x_A-3\cdot y_A-31$
$=\big(-3\big)^2+5^2-4\times(-3)-3\times5-31$
$=9+25+12-15-31=0$
- $x_B{}^2+y_B{}^2-4\cdot x_B-3\cdot y_B-31$
$=\Big(\frac{11}{2}\Big)^2+\Big(\frac{13}{2}\Big)^2-4\times\frac{11}{2}-3\times\frac{13}{2}-31$
$=\frac{121}{4}+\frac{169}{4}-22-\frac{39}{2}-31$
$=\frac{121+169}{4}-\frac{39}{2}-53=\frac{290}{4}-\frac{39}{2}-\frac{106}{2}$
$=\frac{145}{2}-\frac{145}{2}=0$

Les coordonnées des points A et B vérifient l'équation (E).

(2) Les équations cartésiennes de la forme :
$x^2+y^2+a\cdot x+b\cdot y+c=0\quad$ où $a,b,c\in\mathbb{R}$
définissent comme partie du plan :

- soit l'ensemble vide ;
- soit un ensemble réduit à un point ;
- soit un cercle.

L'ensemble du plan définit par l'équation (E) contenant au moins 2 points, on en déduit qu'elle définit un cercle.

C.22

(1) (a)
$$\begin{aligned}x^2+y^2+6x-4y+9&=0\\ \big(x^2+6x\big)+\big(y^2-4y\big)+9&=0\\ \big[(x+3)^2-9\big]+\big[(y-2)^2-4\big]+9&=0\\ (x+3)^2+(y-2)^2-4&=0\\ (x+3)^2+(y-2)^2&=4\end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned}x^2+y^2-2x+6y+10&=0\\ \big(x^2-2x\big)+\big(y^2+6y\big)+10&=0\\ \big[(x-1)^2-1\big]+\big[(y+3)^2-9\big]+10&=0\\ (x-1)^2+(y+3)^2&=0\end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned}x^2+y^2+4x-4y+9&=0\\ \big(x^2+4x\big)+\big(y^2-4y\big)+9&=0\\ \big[(x+2)^2-4\big]+\big[(y-2)^2-4\big]+9&=0\\ (x+2)^2+(y-2)^2+1&=0\\ (x+2)^2+(y-2)^2&=-1\end{aligned}$$

(2) Notons $M(x\,;y)$ un point vérifiant l'équation :

(a) Cette équation se traduit par :
$MI^2 = 2^2$ où $I(-3\,;2)$
L'ensemble définit par cette équation est le cercle de centre I et de rayon 2.

(b) Cette équation se traduit par :
$MI^2 = 0$ où $I(1\,;-3)$
Ainsi, cet ensemble se réduit à un seul point : le point I.

(c) Cette équation se traduit par :
$MI^2 = -1$ où $I(-2\,;2)$
Aucun point ne peut vérifier cette équation : cet ensemble est vide.

C.23

(1) (a) La droite (d) possède pour vecteur directeur, le vecteur $\overrightarrow{u}$ de coordonnée $(1\,;2)$; elle admet ainsi pour vecteur normal $\overrightarrow{v}(-2\,;1)$; son équation cartésienne a alors la forme :

$$a{\cdot}x + b{\cdot}y + c = 0$$
$$-2{\cdot}x + y + c = 0$$

La droite (d) passe par le point $A(1\,;2)$.

Ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.

$$-2{\times}0 - 1 + c = 0$$
$$c = 1$$

La droite (d) admet pour équation cartésienne :
$-2{\cdot}x + y + 1 = 0$

(b) Puisque $A(1\,;1)$ est le centre du cercle $\mathscr{C}$, ce dernier admet une équation cartésienne de la forme :
$$x^2 + y^2 - 2{\times}1{\times}x - 2{\times}1{\times}y + c = 0$$
On a la relation suivante définissant le rayon du cercle :
$$a^2 + b^2 - c = r^2$$
$$1 + 1 - c = 3^2$$
$$c = -7$$
Le cercle a pour équation cartésienne :
$x^2 + y^2 - 2{\cdot}x - 2{\cdot}y - 7 = 0$

(2) (a) La première ligne de ce système représente l'équation cartésienne du cercle, ainsi, tout point $M(x\,;y)$ dont les coordonnées vérifient cette équation est un point du cercle.
De même, la seconde équation est l'équation cartésienne de la droite et tout point dont les coordonnées vérifient cette équation est un point de cette droite.
Les points dont les coordonnées vérifient ce système sont des points appartenant au cercle et à la droite : ce sont les points d'intersections de ces deux objets.

(b) De la seconde ligne, on obtient la relation :
$y = 2x - 1$
Par substitution dans la première ligne, on obtient :
$$x^2 + y^2 - 2{\cdot}x - 2{\cdot}y - 7 = 0$$
$$x^2 + (2{\cdot}x - 1)^2 - 2{\cdot}x - 2{\cdot}(2{\cdot}x - 1) - 7 = 0$$
$$x^2 + (4{\cdot}x^2 - 4{\cdot}x + 1) - 2{\cdot}x - (4{\cdot}x - 2) - 7 = 0$$
$$5{\cdot}x^2 - 10{\cdot}x - 4 = 0$$
Cette équation polynomiale du second degré admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4{\times}5{\times}(-4) = 180 > 0$$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta} = \sqrt{180} = 6{\cdot}\sqrt{5}$
Cette équation admet pour solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - 6{\cdot}\sqrt{5}}{10} = \frac{10}{10} - \frac{6{\cdot}\sqrt{5}}{10} = 1 - \frac{3}{5}{\cdot}\sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + 6{\cdot}\sqrt{5}}{10} = \frac{10}{10} + \frac{6{\cdot}\sqrt{5}}{10} = 1 + \frac{3}{5}{\cdot}\sqrt{5}$$

En utilisant la relation entre x et y, on obtient :

$$y_1 = 2{\cdot}x_1 - 1 = 1 - \frac{6}{5}{\cdot}\sqrt{5}$$

$$y_2 = 2{\cdot}x_2 - 1 = 1 + \frac{6}{5}{\cdot}\sqrt{5}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est formé des deux couples suivants :
$$\mathcal{S} = \Big\{\Big(1-\frac{3}{5}{\cdot}\sqrt{5}\,;1-\frac{6}{5}{\cdot}\sqrt{5}\Big)\,;\,\Big(1+\frac{3}{5}{\cdot}\sqrt{5}\,;1+\frac{6}{5}{\cdot}\sqrt{5}\Big)\Big\}$$

C.24

(1) (a) On a les transformations algébriques :
$$x^2 + y^2 - 4{\cdot}x + 6{\cdot}y + 3 = 0$$
$$(x^2 - 4{\cdot}x) + (y^2 + 6{\cdot}y) + 3 = 0$$
$$\big[(x-2)^2 - 4\big] + \big[(y+3)^2 - 9\big] + 3 = 0$$
$$(x-2)^2 + (y+3)^2 - 4 - 9 + 3 = 0$$
$$(x-2)^2 + (y+3)^2 - 10 = 0$$
$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 10$$

(b) Considérons le point C de coordonnées $C(2\,;-3)$:
$$x^2 + y^2 - 4{\cdot}x + 6{\cdot}y + 3 = 0$$
$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 10$$
$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = 10$$
$$MC^2 = 10$$
$$MC = \sqrt{10}$$
On en déduit que l'ensemble des solutions de cette équation sont les points du cercle de centre C et de rayon $\sqrt{10}$.

(2) (a) Le point A appartient au cercle $\mathscr{C}$, car ses coordonnées cartésiennes vérifient l'équation du cercle :
$$x^2 + y^2 - 4{\cdot}x + 6{\cdot}y + 3 = 3^2 + 0^2 - 4{\times}3 + 6{\times}0 + 3$$
$$= 9 - 12 + 3 = 0$$

(b) Le rayon reliant le centre au point de contact de la tangente au cercle est perpendiculaire à cette tangente. Ainsi, la droite (AC) est perpendiculaire à la tangente au cercle $\mathscr{C}$ en A.
Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{CA}$ est normal à la droite (d) ; les coordonnées de ce vecteur sont $\overrightarrow{CA}(1\,;3)$. La droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$$1{\cdot}x + 3{\cdot}y + c = 0$$
$$x + 3{\cdot}y + c = 0$$
Le point A appartenant à (d), ses coordonnées vérifient l'équation de la droite
$$3 + 3{\times}0 + c = 0$$
$$c = -3$$
Ainsi, (d) a pour équation cartésienne :
$x + 3{\cdot}y - 3 = 0$

(3) Le point $B(-1\,;-2)$ est un point du cercle, car ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne du cercle :

$x^2+y^2-4{\cdot}x+6{\cdot}y+3$
$= (-1)^2+(-2)^2-4\times(-1)+6\times(-2)+3$
$= 1+4+4-12+3=0$

À l'aide du même raisonnement qu'à la question 2 b on justifie que le vecteur $\overrightarrow{CB}(-3\,;1)$ est normal à la droite (d') tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point B ; ainsi, la droite (d') admet pour équation cartésienne :

$$-3{\cdot}x+y+c=0 \qquad c\in\mathbb{R}$$
$$-3x+y+c=0$$

Le point B appartenant à (d), ses coordonnées vérifient l'équation de la droite

$$-3\times(-1)+(-2)+c=0$$
$$3-2+c=0$$
$$c=-1$$

La droite (d') a pour équation réduite :
$-3{\cdot}x+y-1=0$

4 Le point d'intersection des deux droites a des coordonnées qui doivent vérifier les équations réduites des deux droites ; ses coordonnées doivent vérifier le système suivant :

$$\begin{cases} x+3{\cdot}y-3=0 \\ -3{\cdot}x+y-1=0 \end{cases}$$

Par combinaison linéaire, on obtient :

$$\begin{cases} 3{\cdot}x+9{\cdot}y-9=0 \\ 3{\cdot}x-y+1=0 \end{cases}$$

On obtient la valeur de y par soustraction de ces deux équations :

$$\big(3{\cdot}x+9{\cdot}y-9\big)-\big(3{\cdot}x-y+1\big)=0$$
$$9{\cdot}y-9+y-1=0$$
$$10{\cdot}y=10$$
$$y=1$$

Par substitution de la valeur de y dans la première ligne, on obtient la valeur de x :

$$3{\cdot}x-y+1=0$$
$$3{\cdot}x-1+1=0$$
$$3{\cdot}x=0$$
$$x=0$$

Ainsi, le point d'intersection M des droites (d) et (d') a pour coordonnées : $M(0\,;1)$

5 Voici la représentation :