C.1

(1) L'événement A est composé des trois événements élémentaires ci-dessous : $A=\{4\,;5\,;6\}$

Ainsi, la probabilité de l'événement A est donnée par :

$$\mathcal{P}(A)=\mathcal{P}(\{4\})+\mathcal{P}(\{5\})+\mathcal{P}(\{6\})$$
$$=0{,}17+0{,}22+0{,}28=0{,}67$$

(2) L'événement B est composé des trois événements élémentaires suivants : $B=\{2\,;4\,;6\}$

La probabilité de l'événement B est donnée ci-dessous :

$$\mathcal{P}(B)=\mathcal{P}(\{2\})+\mathcal{P}(\{4\})+\mathcal{P}(\{6\})$$
$$=0{,}1+0{,}17+0{,}28=0{,}55$$

C.2 Deux raisonnements vont permettre de compléter le tableau

- On a la probabilité des nombres pairs :

$$\mathcal{P}(F_2)+\mathcal{P}(F_4)+\mathcal{P}(F_6)=0{,}4$$
$$0{,}07+0{,}2+\mathcal{P}(F_6)=0{,}4$$
$$0{,}27+\mathcal{P}(F_6)=0{,}4$$
$$\mathcal{P}(F_6)=0{,}4-0{,}27$$
$$\mathcal{P}(F_6)=0{,}13$$

- La somme des probabilités des évènements élémentaires d'une expérience aléatoire vaut 1 :

$$\mathcal{P}(F_1)+\mathcal{P}(F_2)+\mathcal{P}(F_3)+\mathcal{P}(F_4)+\mathcal{P}(F_5)+\mathcal{P}(F_6)=1$$
$$0{,}11+0{,}07+\mathcal{P}(F_3)+0{,}2+0{,}15+0{,}13=1$$
$$\mathcal{P}(F_3)+0{,}66=1$$
$$\mathcal{P}(F_3)=1-0{,}66$$
$$\mathcal{P}(F_3)=0{,}34$$

On obtient la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

X	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$\mathcal{P}(X)$	0,11	0,07	0,34	0,2	0,15	0,13

C.3 Dans cette expérience aléatoire, il n'existe que trois sorties possibles :

0 point ; 3 points ; 5 points

Ainsi, la somme des probabilités de ces événements vaut 1 :

$$p_0+p_3+p_5=1$$

Des relations données dans l'énoncé entre les diverses probabilités, on obtient :

$$p_3=2{\cdot}p_5 \quad ; \quad p_0=3{\cdot}p_5$$

Ainsi, l'égalité obtenue précédemment devient :

$$p_0+p_3+p_5=1$$
$$3{\cdot}p_5+2{\cdot}p_5+p_5=1$$
$$6{\cdot}p_5=1$$
$$p_5=\frac{1}{6}$$

On déduit les valeurs des deux autres probabilités :

$$p_3=2{\cdot}p_5=\frac{1}{3} \quad ; \quad p_0=3{\cdot}p_5=\frac{1}{2}$$

C.4

(1)
- Il y a 720 femmes employées dans cette entreprise. On en déduit la probabilité :
$$\mathcal{P}(F)=\frac{720}{1200}=\frac{3}{5}=0{,}6$$
- Il y a 618 personnes ayant choisi le train. On a :
$$\mathcal{P}(T)=\frac{618}{1200}=\frac{103}{200}=0{,}515$$
- La probabilité, de choisir un employé n'ayant pas pris le train, a pour valeur :
$$\mathcal{P}(\overline{T})=1-\frac{103}{200}=\frac{97}{200}=0{,}485$$

(2) (a) D'après le tableau, il y a 468 femmes ayant choisi le train comme moyen de déplacement. On en déduit la probabilité :

$$\mathcal{P}(F\cap T)=\frac{468}{1200}=\frac{39}{100}$$

(b) On a la formule :

$$\mathcal{P}(F\cup T)=\mathcal{P}(F)+\mathcal{P}(T)-\mathcal{P}(F\cap T)$$
$$=\frac{720}{1200}+\frac{618}{1200}-\frac{468}{1200}=\frac{870}{1200}=\frac{29}{40}$$

C.5

(1) 45 élèves sont inscrits au taekwondo ; ainsi, la probabilité de rencontrer un élève inscrit au taekwondo est de :
$$\frac{45}{60}=\frac{3}{4}$$

(2) 24 élèves le judo ; ainsi, la probabilité recherchée est :
$$\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$$

(3) 6 élèves ne se sont inscrits à aucun sport ; ainsi, la probabilité de rencontrer un jeune ne faisant aucun sport est de :
$$\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$$

(4) 6 élèves ne se sont inscrits à aucun sport donc, au total, 54 élèves pratiquent au moins un des deux sports. La probabilité recherchée est :
$$\frac{54}{60}=\frac{9}{10}$$

(5) Deux résolutions de cette question sont possibles :

- Il y a 54 élèves qui pratiquent au moins un sport ; or, 45 se sont inscrits au taekwondo et 24 au judo.

  Notons :
$$\begin{cases} x : \text{ le nombre pratiquant uniquement le taekwondo} \\ y : \text{ le nombre pratiquant uniquement le judo} \\ z : \text{ le nombre pratiquant les deux sports} \end{cases}$$
  Ces nombres vérifient les relations :
$$\begin{cases} x+y+z=54 \\ x+z=45 \\ y+z=24 \end{cases}$$
  On en déduit qu'il y a 15 élèves participants aux deux sports ; ainsi, la probabilité de rencontrer un élève pratiquant les deux sports est :
$$\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$$
- En notant K l'événement "*l'élève fait du taekwondo*" et J l'événement "*l'élève fait du judo*" et d'après la formule de la réunion :

$$\mathcal{P}(K\cup J) = \mathcal{P}(K) + \mathcal{P}(J) - \mathcal{P}(K\cap J)$$
$$\frac{9}{10} = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \mathcal{P}(K\cap J)$$
$$-\mathcal{P}(K\cap J) = \frac{9}{10} - \frac{3}{4} - \frac{2}{5}$$
$$-\mathcal{P}(K\cap J) = \frac{18}{20} - \frac{15}{20} - \frac{8}{20}$$
$$-\mathcal{P}(K\cap J) = \frac{-5}{20}$$
$$\mathcal{P}(K\cap J) = \frac{1}{4}$$

C.6

1 Il y a eu 428 personnes qui ont eu au moins un retard le premier mois. Ainsi, la probabilité que la personne choisit au hasard ait eu au moins un retard le premier mois est de :
$$\frac{428}{1000} = 0{,}428$$

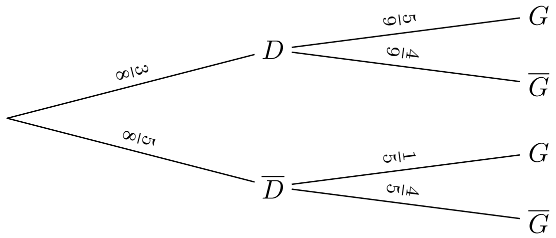
2 a Parmi les 572 personnes n'ayant pas eu de retard lors du premier mois, il y a 310 personnes *(*250+60*)* ayant eu au moins un retard lors du deuxième mois. Ainsi, la probabilité que la personne choisie ait eu au moins un retard le deuxième mois parmi les gens n'ayant pas eu de retard lors du premier mois est de :
$$\frac{310}{572} \approx 0{,}5419 \approx 0{,}542$$

b Parmi les 453 personnes *(*346+107*)* ayant eu au moins 1 retard le second mois, il y a 310 *(250+60)* personnes qui n'ont pas eu de retard le premier mois.
Ainsi, la probabilité recherchée a pour valeur :
$$\frac{310}{453} \approx 0{,}6843 \approx 0{,}684$$

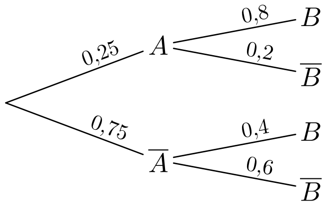
C.7

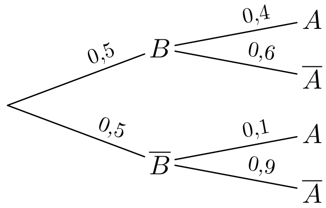
- Il y a 9 demi-pensionnaires sur 24 élèves. La probabilité est : $\dfrac{9}{24} = \dfrac{3}{8}$
- Chez les 9 demi-pensionnaires, il y a 5 garçons. Sachant qu'un demi-pensionnaire a été choisi, la probabilité d'avoir un garçon est : $\dfrac{5}{9}$
- Chez les 15 non-demi-pensionnaires, il y a 3 garçons. Sachant qu'un non-demi-pensionnaire a été choisi, la probabilité d'avoir un garçon est : $\dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5}$

Voici l'arbre complété :

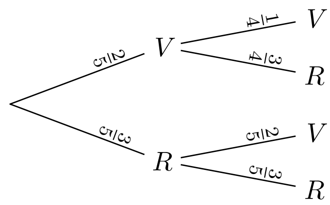


C.8 Voici les deux arbres de probabilités associés à cette expérience aléatoire :





C.9 Voici l'arbre de probabilité :



C.10 Par complémentarité, on obtient les deux probabilités :

- $\mathcal{P}(A) = 1 - \mathcal{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$
- $\mathcal{P}_A(B) = 1 - \mathcal{P}_A(\overline{B}) = 1 - \dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$

On a la relation :
$$\mathcal{P}(A\cap B) = \mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B) = \frac{1}{4}\times\frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$
La réponse correcte est b

C.11

1 La réponse correcte est b :
$$\mathcal{P}(E\cap A) = \mathcal{P}(E)\times\mathcal{P}_E(A) = 0{,}3\times0{,}1 = 0{,}03$$

2 La réponse correcte est c :

- $\mathcal{P}(\overline{E}) = 1 - \mathcal{P}(E) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$
- $\mathcal{P}_{\overline{E}}(A) = \dfrac{\mathcal{P}(\overline{E}\cap A)}{\mathcal{P}(\overline{E})} = \dfrac{0{,}14}{0{,}7} = 0{,}2$

C.12

a $\mathcal{P}(A) = 1 - \mathcal{P}(\overline{A}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

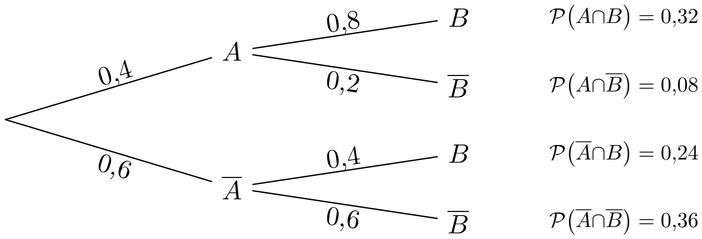
b $\mathcal{P}_A(B) = 1 - \mathcal{P}_A(\overline{B}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$

c $\mathcal{P}(A\cap B) = \mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B) = 0{,}4\times0{,}8 = 0{,}32$

d $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = \dfrac{\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)}{\mathcal{P}(\overline{A})} = \dfrac{0{,}24}{0{,}6} = 0{,}4$

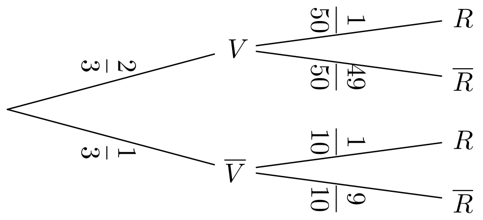
e $\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

f $\mathcal{P}(\overline{A}\cap\overline{B}) = \mathcal{P}(\overline{A})\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}6\times0{,}6 = 0{,}36$



C.13

1 Voici l'arbre de probabilité :



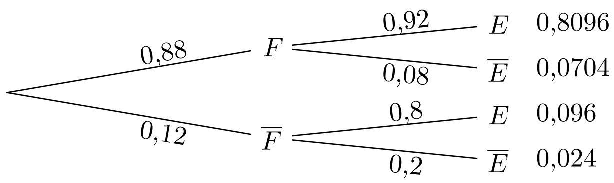
2 a $\mathcal{P}_V(\overline{R}) = \dfrac{49}{50}$

b $\mathcal{P}_{\overline{V}}(R) = \dfrac{1}{10}$

c $\mathcal{P}(\overline{V}\cap\overline{R}) = \mathcal{P}(\overline{V})\times\mathcal{P}_V(\overline{R}) = \dfrac{1}{3}\times\dfrac{9}{10} = \dfrac{3}{10}$

C.14

1



2 a On a la formule : $\mathcal{P}(\overline{F}) = 1-\mathcal{P}(F) = 1-0{,}88 = 0{,}12$

b $\mathcal{P}_{\overline{F}}(\overline{E}) = 1 - \mathcal{P}_{\overline{F}}(E) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

c D'après la formule de la probabilité conditionnelle, on a :
$\mathcal{P}(E\cap F) = \mathcal{P}_F(E)\times\mathcal{P}(F) = 0{,}92\times0{,}88 = 0{,}8096$

d De même que dans la question précédente, on obtient :
$\mathcal{P}(E\cap\overline{F}) = \mathcal{P}_{\overline{F}}(E)\times\mathcal{P}(\overline{F}) = 0{,}096$

Les événements F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales, on a :
$\mathcal{P}(E) = \mathcal{P}(E\cap F) + \mathcal{P}(E\cap\overline{F}) = 0{,}8096 + 0{,}096$
$= 0{,}9056$

e Tout conducteur ayant au moins ses freins ou son éclairage défectueux fait partie de l'ensemble $\overline{E}\cup\overline{F}$. Hors le complémentaire de cet événement $E\cap F$: c'est-à-dire que les freins et l'éclairage sont tous les deux en bon état. On obtient :
$\mathcal{P}(\overline{E}\cup\overline{F}) = 1 - \mathcal{P}(E\cap F) = 1 - 0{,}8096 = 0{,}1904$

C.15

1 D'après l'énoncé, on a

- $\mathcal{P}(G) = 0{,}4$
- $\mathcal{P}_G(S) = 0{,}8$

2 $\mathcal{P}(G\cap S) = \mathcal{P}(G)\times\mathcal{P}_G(S) = 0{,}4\times0{,}8 = 0{,}32$

3 Puisque, parmi les oeufs moyens, les oeufs de qualité ordinaire représentent 50 % de ceux-ci, on en déduit :
$\mathcal{P}_M(S) = 0{,}5$

On a la probabilité :
$\mathcal{P}(M\cap S) = \mathcal{P}(M)\times\mathcal{P}_M(S) = 0{,}6\times0{,}5 = 0{,}3$

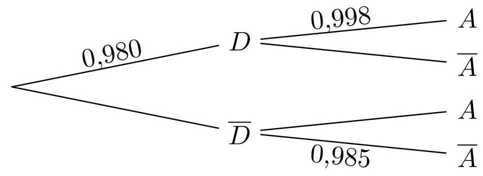
Les événements M et G formant une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales, on a :
$\mathcal{P}(S) = \mathcal{P}(M\cap S) + \mathcal{P}(G\cap S) = 0{,}32 + 0{,}3 = 0{,}62$

C.16

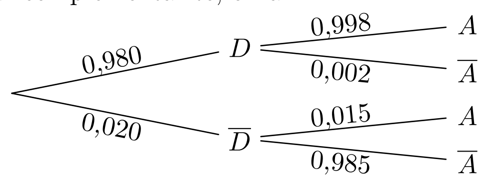
1
- L'événement $\overline{D}\cap A$ désigne les rasoirs ayant un défaut et étant accepté par le test.
- L'événement $\overline{D}\cap\overline{A}$ désigne les rasoirs ayant un défaut et n'étant accepté par le test.
- L'événement $D\cap A$ désigne les rasoirs n'ayant aucun défaut et accepté par le test.
- L'événement $D\cap\overline{A}$ désigne les rasoirs n'ayant aucun défaut et non accepté par le test.

2
- $\mathcal{P}_D(A) = \dfrac{998}{1000} = 0{,}998$
- $\mathcal{P}_{\overline{D}}(\overline{A}) = \dfrac{985}{1000} = 0{,}985$

3 a Voici l'arbre de probabilité complété avec les valeurs de l'énoncé :



Par complémentarité, on a :



b On a les probabilités suivantes :
- $\mathcal{P}(D\cap A) = \mathcal{P}(D)\times\mathcal{P}_D(A)$
$= 0{,}980\times0{,}998 = 0{,}97804$
- $\mathcal{P}(\overline{D}\cap A) = \mathcal{P}(\overline{D})\times\mathcal{P}_{\overline{D}}(A)$
$= 0{,}020\times0{,}015 = 0{,}0003$

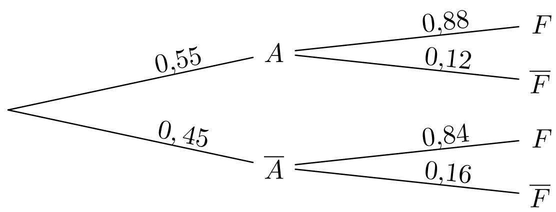
Les événements D et $\overline{D}$ formant une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales donne :
$\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(D\cap A) + \mathcal{P}(\overline{D}\cap A) = 0{,}97804 + 0{,}0003$
$= 0{,}97834 \approx 0{,}9783$

C.17

Pour correctement modéliser l'énoncé, utilisons les deux événements suivants :

- A : "*le fraisier est dans la serre A*"
- F : "*La fleur donne un fruit*"

Voici l'arbre de probabilité associé aux données de l'énoncé :



- **Proposition 1**

Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales, on a :
$\mathcal{P}(F) = \mathcal{P}(F\cap A) + \mathcal{P}(F\cap\overline{A})$
$= \mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(F) + \mathcal{P}(\overline{A})\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(F)$
$= 0{,}55\times0{,}88 + 0{,}45\times0{,}84 = 0{,}484 + 0{,}378 = 0{,}862$

La proposition est donc vraie.

- **Proposition 2**

On demande de déterminer la probabilité $\mathcal{P}_F(A)$. D'après la définition de la probabilité conditionnelle, on a :

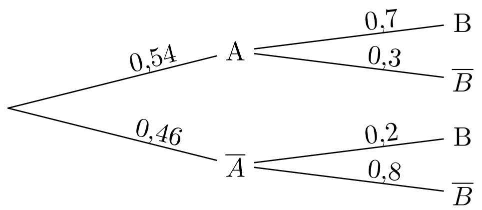
$$\mathcal{P}_F(A) = \frac{\mathcal{P}(F \cap A)}{\mathcal{P}(F)} = \frac{\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}_A(F)}{\mathcal{P}(F)}$$

$$= \frac{0{,}55 \times 0{,}88}{0{,}862} \approx 0{,}561$$

La proposition est donc fausse.

C.18

1. Voici l'arbre complété :



2. Par lecture de l'arbre de probabilité, on a les probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cdot \mathcal{P}_A(B) = 0{,}54 \times 0{,}7 = 0{,}378$

   b. $\mathcal{P}(\overline{A} \cap B) = \mathcal{P}(\overline{A}) \cdot \mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}46 \times 0{,}2 = 0{,}092$

   c. Les deux événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers Ω. La formule de probabilité totale permet d'obtenir la probabilité suivante :
   $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(B \cap A) + \mathcal{P}(B \cap \overline{A}) = 0{,}378 + 0{,}092 = 0{,}47$

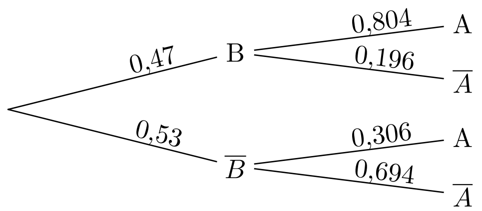
   d. Les formules des probabilités conditionnelles permettent d'obtenir les probabilités suivantes :
   $$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)} = \frac{0{,}378}{0{,}47} \approx 0{,}804$$

3. a. $\mathcal{P}(A \cap \overline{B}) = \mathcal{P}(A) \cdot \mathcal{P}_A(\overline{B}) = 0{,}54 \times 0{,}3 = 0{,}162$

   b. $\mathcal{P}(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}(B) = 1 - 0{,}47 = 0{,}53$

   c. $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A) = \dfrac{\mathcal{P}(A \cap \overline{B})}{\mathcal{P}(\overline{B})} = \dfrac{0{,}162}{0{,}53} \approx 0{,}306$

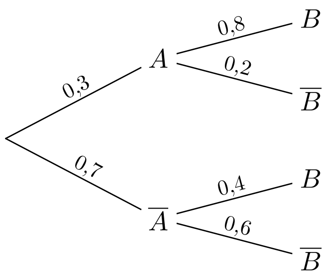
4. Voici l'arbre de probabilité complété avec des valeurs approchées :



C.19 D'après les données de l'énoncé, on déduit :

- $\mathcal{P}_A(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}_A(B) = 1 - 0{,}80{,}2$
- $\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

Ainsi, on peut compléter l'arbre de probabilité de gauche :



Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers Ω. D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B) + \mathcal{P}(\overline{A} \cap B)$$
$$= \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}_A(B) + \mathcal{P}(\overline{A}) \times \mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$$
$$= 0{,}3 \times 0{,}8 + 0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}24 + 0{,}28 = 0{,}52$$

Par complémentarité, on a :
$$\mathcal{P}(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}(B) = 1 - 0{,}52 = 0{,}48$$

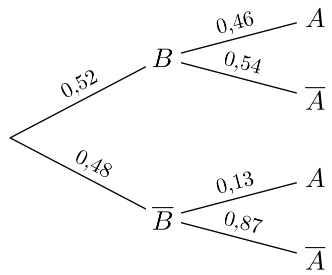
D'après la définition des probabilités conditionnelles, on a :

- $\mathcal{P}_B(A) = \dfrac{\mathcal{P}(B \cap A)}{\mathcal{P}(B)} = \dfrac{\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}_A(B)}{\mathcal{P}(B)} = \dfrac{0{,}3 \times 0{,}8}{0{,}52} \approx 0{,}46$
- $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A) = \dfrac{\mathcal{P}(\overline{B} \cap A)}{\mathcal{P}\overline{B}} = \dfrac{\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}_A(\overline{B})}{\mathcal{P}(\overline{B})} = \dfrac{0{,}3 \times 0{,}2}{0{,}48} \approx 0{,}13$

Par complémentarité, on a :

- $\mathcal{P}_B(\overline{A}) = 1 - \mathcal{P}_B(A) = 1 - 0{,}46 = 0{,}54$
- $\mathcal{P}_{\overline{B}}(\overline{A}) = 1 - \mathcal{P}_{\overline{B}}(A) = 1 - 0{,}13 = 0{,}87$

Ainsi, on peut compléter l'arbre de probabilité de droite :



C.20 La probabilité qu'un élève fasse partie du club de photo est de :
$$\mathcal{P}(D) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

La probabilité qu'un élève fasse partie du club de théâtre est de :
$$\mathcal{P}(T) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

La probabilité qu'un événement participe à la fois au club de théâtre et au club photo est de :
$$\mathcal{P}(D \cap T) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

On en déduit l'égalité suivante :
$$\mathcal{P}(D) \times \mathcal{P}(T) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15} = \mathcal{P}(D \cap T)$$

De l'égalité précédente, on en déduit que les deux événements D et T sont indépendants.

C.21

1. On a les deux probabilités :

   - $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}_A(B) = 0{,}2 \times 0{,}41 = 0{,}082$
   - $\mathcal{P}(\overline{A} \cap B) = \mathcal{P}(\overline{A}) \times \mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}8 \times 0{,}41 = 0{,}328$

   Les événements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales, on a :
   $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(B \cap A) + \mathcal{P}(B \cap \overline{A}) = 0{,}082 + 0{,}328 = 0{,}41$

2. - **Première méthode :**
     On remarque que $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}_A(B)$. On en déduit que les événements A et B sont indépendants.
   - **Seconde méthode :**
     D'après la question 1, on a :
     ⇨ $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) = 0{,}2 \times 0{,}41 = 0{,}082$
     ⇨ $\mathcal{P}(A \cap B) = 0{,}082$

On remarque l'égalité $\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}(B)=\mathcal{P}(A\cap B)$ et on en déduit que les deux événements A et B sont indépendants.

C.22

Partie A

Voici le tableau complété :

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront	480	150	90	720
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas	120	100	60	280
Total	600	250	150	1 000

Partie B

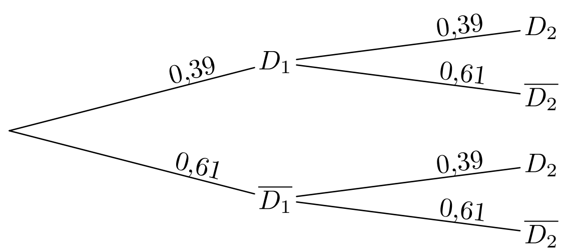
1. Les probabilités seront directement tirées du tableau de la partie A :
   - $J\cap F$ est la probabilité que le jardinier tire une tulipe jaune et que celle-ci fleurira. Il y a un total de 480 bulbes qui vérifie cela. On obtient la probabilité :
   $\mathcal{P}(J\cap F)=\dfrac{480}{1000}=0{,}48$
   - Il y a 600 bulbes de tulipe jaune sur un total de 1000. On obtient la probabilité suivante :
   $\mathcal{P}(J)=\dfrac{600}{1000}=0{,}6$
   - Il y a 720 bulbes qui fleuriront sur un total de 1000. On obtiendra la probabilité suivante :
   $\mathcal{P}(F)=\dfrac{720}{1000}=0{,}72$
   - Pour calculer la probabilité de l'événement $J\cup F$, on utilise la formule suivante :
   $\mathcal{P}(J\cup F)=\mathcal{P}(J)+\mathcal{P}(F)-\mathcal{P}(J\cap F)$
   On en déduit la valeur du pourcentage :
   $\mathcal{P}(J\cup F)=0{,}6+0{,}72-0{,}48=0{,}84$

2. Les événements J et F ne sont pas indépendants, car les pourcentages de bulbes pouvant fleurir suivant la variété de tulipes et changeant. De plus, les probabilités trouvées la question 1 montrent que :
$\mathcal{P}(J\cap F)\neq\mathcal{P}(J)\times\mathcal{P}(F)$.

C.23 Les événements D_1 et D_2 étant indépendants, on en déduit :
$\mathcal{P}_{D_1}\big(D_2\big)=\mathcal{P}\big(D_2\big)=0{,}39$

De la propriété :
A et B indépendants $\implies$ A et $\overline{B}$ indépendants.
On en déduit : $\mathcal{P}_{\overline{D_1}}\big(D_2\big)=\mathcal{P}\big(D_2\big)=0{,}39$

Ainsi, quel que soit le circuit utilisé, voici l'arbre de probabilités correspondant à cet exercice :



Notons $\mathcal{D}$: "*le circuit est défaillant*".

1. Pour que le circuit A, on a : $\mathcal{D}=D_1\cap D_2$
Ainsi, on a :
$\mathcal{P}\big(\mathcal{D}\big)=\mathcal{P}\big(D_1\cap D_2\big)$
Les événements D_1 et D_2 étant indépendants :
$=\mathcal{P}\big(D_1\big)\times\mathcal{P}\big(D_2\big)=0{,}39\times0{,}39=0{,}1521$

2. Pour le circuit B, on remarque que : $\overline{\mathcal{D}}=\overline{D_1}\cap\overline{D_2}$
Ainsi, on a le calcul de probabilité :
$\mathcal{P}\big(\mathcal{D}\big)=1-\mathcal{P}\big(\overline{\mathcal{D}}\big)=1-\mathcal{P}\big(\overline{D_1}\cap\overline{D_2}\big)$
Les événements $\overline{D_1}$ et $\overline{D_2}$ sont indépendants :
$=1-\mathcal{P}\big(\overline{D_1}\big)\times\mathcal{P}\big(\overline{D_2}\big)=1-0{,}61\times0{,}61$
$=1-0{,}3721=0{,}6279$

C.24

1. En remarquant que l'événement C est l'événement complémentaire de $A\cup B$, déterminons la probabilité de cet événement :
$\mathcal{P}(A\cup B)=\mathcal{P}(A)+\mathcal{P}(B)-\mathcal{P}(A\cap B)$
A et B étant deux événement indépendants :
$=\mathcal{P}(A)+\mathcal{P}(B)-\mathcal{P}(A)\cdot\mathcal{P}(B)$
$=0{,}02+0{,}1-0{,}2\times0{,}01=0{,}12-0{,}002$
$=0{,}118$
On en déduit la probabilité de l'événement C :
$\mathcal{P}(C)=1-\mathcal{P}(A\cup B)=1-0{,}118=0{,}882$

2. Une montre peut présenter soit aucun, soit un, soit deux défauts. Ainsi, on obtient les trois événements C, D et $A\cap B$ forment une partition de l'univers Ω. Ainsi, on a :
$\mathcal{P}(C)+\mathcal{P}(D)+\mathcal{P}(A\cap B)=1$
$0{,}882+\mathcal{P}(D)+0{,}002=1$
$\mathcal{P}(D)+0{,}884=1$
$\mathcal{P}(D)=1-0{,}884$
$\mathcal{P}(D)=0{,}116$

C.25

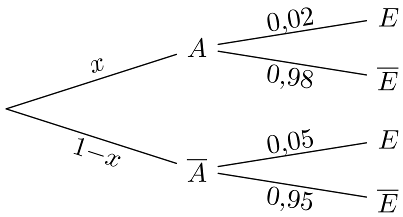
1. Les quatre événements $N_1\cap N_2$, $N_1\cap R_2$, $R_1\cap N_2$ et $R_1\cap R_2$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :
$\mathcal{P}(N_3)=\mathcal{P}\big(N_1\cap N_2\cap N_3\big)+\mathcal{P}\big(N_1\cap R_2\cap N_3\big)$
$+\mathcal{P}\big(R_1\cap N_2\cap N_3\big)+\mathcal{P}\big(R_1\cap R_2\cap N_3\big)$
$=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5}$
$=\dfrac{36}{125}+\dfrac{6}{125}+\dfrac{4}{125}+\dfrac{24}{125}=\dfrac{70}{125}$

2. - Les événements N_2 et R_2 forment une partition de l'univers.
   D'après la formule des probabilités totales, on a :
   $\mathcal{P}\big(N_1\cap N_3\big)=\mathcal{P}\big(N_1\cap N_2\cap N_3\big)+\mathcal{P}\big(N_1\cap R_2\cap N_3\big)$
   $=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{2}{5}$
   $=\dfrac{36}{125}+\dfrac{6}{125}=\dfrac{42}{125}$
   - On remarque :
   $\mathcal{P}\big(N_1\big)\times\mathcal{P}\big(N_3\big)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{70}{125}=\dfrac{42}{125}=\mathcal{P}\big(N_1\cap N_3\big)$

On en déduit que les deux événements N_1 et N_3 sont indépendants.

C.26

1. Voici l'arbre complété :



2. D'après la définition des probabilités conditionnelles, on a :

- $$\mathcal{P}_A\left(\overline{E}\right) = \frac{\mathcal{P}\left(A\cap\overline{E}\right)}{\mathcal{P}\left(A\right)}$$
$$\mathcal{P}_A\left(\overline{E}\right)\times\mathcal{P}\left(A\right) = \mathcal{P}\left(A\cap\overline{E}\right)$$
$$\mathcal{P}\left(A\cap\overline{E}\right) = 0{,}98\times x$$
- $$\mathcal{P}_{\overline{A}}\left(\overline{E}\right) = \frac{\mathcal{P}\left(\overline{A}\cap\overline{E}\right)}{\mathcal{P}\left(\overline{E}\right)}$$
$$\mathcal{P}_{\overline{A}}\left(\overline{E}\right)\times\mathcal{P}\left(\overline{E}\right) = \mathcal{P}\left(\overline{A}\cap\overline{E}\right)$$
$$\mathcal{P}\left(\overline{A}\cap\overline{E}\right) = 0{,}95\times\left(1-x\right)$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :
$$\mathcal{P}\left(\overline{E}\right) = \mathcal{P}\left(\overline{E}\cap A\right) + \mathcal{P}\left(\overline{E}\cap\overline{A}\right)$$
$$0{,}97 = 0{,}98\times x + 0{,}95\times\left(1-x\right)$$
$$0{,}97 = 0{,}98\times x + 0{,}95 - 0{,}95\times x$$
$$0{,}97 - 0{,}95 = 0{,}03\times x$$
$$0{,}02 = 0{,}03\times x$$
$$x = \frac{0{,}02}{0{,}03}$$
$$x = \frac{2}{3}$$

On a : $\mathcal{P}\left(A\right) = \dfrac{2}{3}$