Première Spécialité - Chapitre 14

E.1 Voici le tableau représentant la loi de probabilité d'un dé truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,15	0,1	0,08	0,17	0,22	0,28

Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

1. A : "*Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 4*".
2. B : "*Le nombre obtenu est pair*".

E.2 On considère un dé truqué à 6 faces. L'expérience aléatoire consiste à lancer le dé et à considérer la valeur de la face supérieure du dé.

Pour k un entier compris entre 1 et 6, on considère l'évènement F_k définit par "*la valeur obtenue est k*"

Pour seule information sur le dé, on a :

- Le tableau incomplet de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

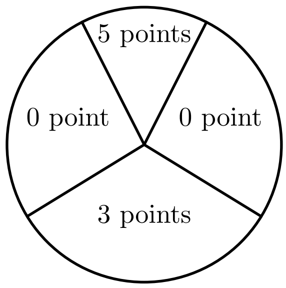
A	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$\mathcal{P}(A)$	0,11	0,07		0,2	0,15	

- La probabilité d'obtenir un nombre pair vaut 0,4.

Recopier et compléter le tableau de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire en justifiant votre démarche.

E.3

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur figure ci-dessous :
On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.
Le joueur lance une fléchette. On note :



- p_0 la probabilité d'obtenir 0 point ;
- p_3 la probabilité d'obtenir 3 points ;
- p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.

Sachant que $p_5 = \frac{1}{2} \cdot p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} \cdot p_0$, déterminer les valeurs de p_0, p_3 et p_5.

E.4

Proposition : soit A et B deux événements. On a l'égalité : $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B)$

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport *(les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar)*

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise *(on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés)*.

F l'événement : "*l'employé est une femme*" ;

T l'événement : "*l'employé choisit le train*".

1. Calculer les probabilités $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train *(on donnera les résultats sous forme décimale)*

2. a. Déterminer la probabilité de l'événement $F \cap T$.
   b. En déduire la probabilité de l'événement $F \cup T$.

E.5 Dans un établissement scolaire, 60 élèves participent à la journée découverte sportive : 45 se sont inscrits au taekwondo et 24 au judo.
Sachant que 6 d'entre eux ne se sont inscrits à aucune de ces activités, déterminer la probabilité qu'un jeune rencontré au hasard dans le centre pratique aujourd'hui :

1. le taekwondo ;
2. le judo ;
3. aucun de ces deux sports ;
4. le taekwondo ou le judo ;
5. le taekwondo et le judo.

E.6 On a posé à 1 000 personnes la question suivante : "*Combien de fois êtes-vous arrivé en retard au travail au cours des deux derniers mois?*". Les réponses ont été regroupées dans le tableau suivant :

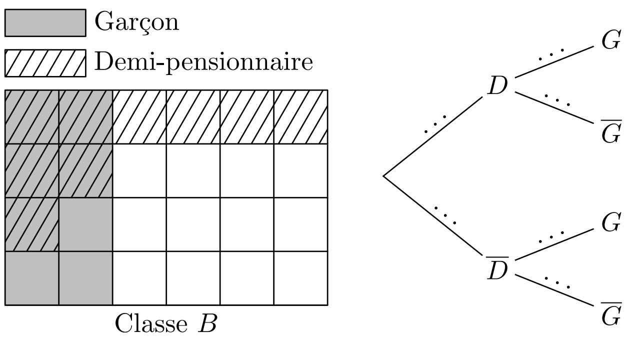
Retards le 1$^{\text{er}}$ mois / Retards le 2$^{\text{e}}$ mois	0	1	2 ou plus	Total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	346
2 ou plus	60	33	14	107
Total	572	318	110	1000

On choisit au hasard un individu de cette population.
On arrondira les probabilités au millième près.

1. Déterminer la probabilité que l'individu ait eue au moins un retard le premier mois.

2. a. Parmi les individus n'ayant pas eu de retard le premier mois, quelle est la probabilité de choisir au hasard un individu qui ait eu au moins un retard le second mois?
   b. Parmi les individus ayant eu au moins un retard le second mois, quelle est la probabilité de choisir un individu n'ayant pas eu de retard le premier mois?

E.7 Dans une étude statistique, on considère une classe de classes de 24 élèves où chaque élève est représenté par une case dans le graphique ci-dessous :



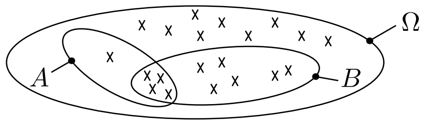
Deux caractères sont étudiés chez les individus de cette étude :

- G : "*l'élève est un garçon*" ;
- D : "*l'élève est demi-pensionnaire*".

L'expérience aléatoire consiste à choisir un élève au hasard dans la classe et de regarder la réalisation ou non de ces deux critères.

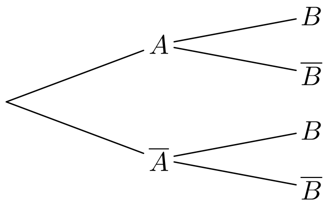
Compléter l'arbre de probabilité ci-dessus.

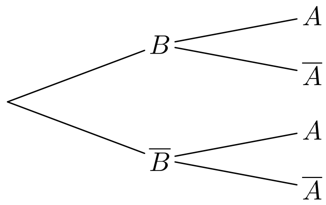
E.8 On considère l'univers Ω et ses deux événements A et B sont représentés :



On utilise la loi d'équiprobabilité.

Compléter les deux arbres de probabilités :





E.9 Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : deux vertes et trois rouges.

On effectue deux tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante :

"si la boule tirée est rouge, on a la remet dans l'urne ; si elle est verte, on ne la remet pas".

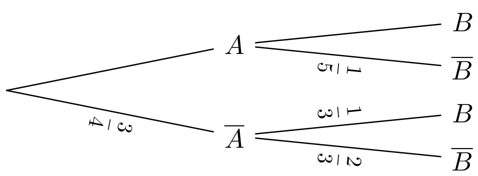
Construire un arbre de probabilité illustrant cette situation.

E.10

Proposition : soit A un événement et $\overline{A}$ son événement contraire. On a : $\mathcal{P}(\overline{A})=1-\mathcal{P}(A)$

Corollaire : soit A et B deux événements. On a :
$\mathcal{P}_A(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}_A(B)$

On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



Alors $\mathcal{P}(A\cap B)$ la probabilité de l'événement $A\cap B$ est égale à :

a $\frac{21}{20}$ b $\frac{1}{5}$ c $\frac{20}{21}$ d $\frac{1}{12}$

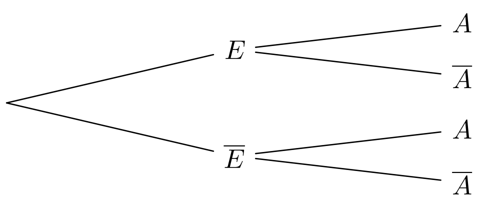
E.11 **Dans ce QCM, il s'agit de recopier sur la copie chacune des trois affirmations proposées en la complétant par la réponse choisie.**
Un seul choix est correct. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste vaut un point, une réponse fausse enlève un quart de point, l'absence de réponse est notée 0. Si le total des points obtenus sur cet exercice est négatif ou nul, la note zéro est attribuée à l'exercice.

L'arbre suivant représente les données d'un exercice de probabilité. La probabilité d'un événement H est notée $\mathcal{P}(H)$.

On sait que :

$\mathcal{P}(E) = 0{,}3$; $\mathcal{P}_E(A) = 0{,}1$; $\mathcal{P}(\overline{E}\cap A) = 0{,}14$



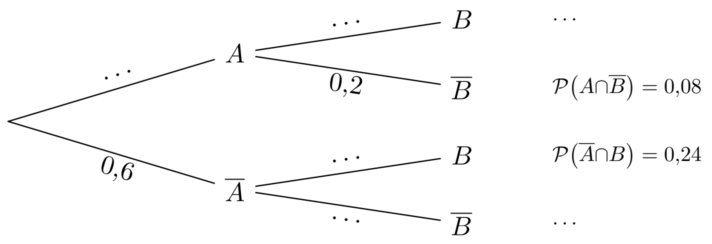
1 La probabilité de $E\cap A$ est égale à :

a 0,4 b 0,03 c 0,33 d 0,1

(2) La probabilité de A sachant $\overline{E}$ est égale à :

(a) 0,7 (b) 0,14 (c) 0,2 (d) 1,1

E.12 On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



En justifiant vos réponses, déterminer les probabilités suivantes :

(a) $\mathcal{P}(A)$ (b) $\mathcal{P}_A(B)$ (c) $\mathcal{P}(A\cap B)$

(d) $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$ (e) $\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B})$ (f) $\mathcal{P}(\overline{A}\cap\overline{B})$

E.13 Chaque jour où il travaille, Paul doit se rendre à la gare pour rejoindre son lieu de travail en train. Pour cela, il prend son vélo deux fois sur trois et, s'il ne prend pas son vélo, il prend sa voiture.

Lorsqu'il prend son vélo pour rejoindre la gare, Paul ne rate le train qu'une fois sur 50 alors que, lorsqu'il prend sa voiture pour rejoindre la gare Paul rate son train une fois sur 10.

On considère une journée au hasard lors de laquelle Paul sera à la gare pour prendre le train qui le conduira au travail.

On note :

- V l'évènement "*Paul prend son vélo pour rejoindre la gare*" ;
- R l'évènement "*Paul rate son train*".

(1) Construire l'arbre de probabilité de cette expérience aléatoire.

(2) Sans justification, donner les probabilités suivantes sous forme de fractions irréductibles :

(a) $\mathcal{P}_V(\overline{R})$ (b) $\mathcal{P}_{\overline{V}}(R)$ (c) $\mathcal{P}(\overline{V}\cap\overline{R})$

E.14 *Dans tout l'exercice, on donnera les résultats arrondis à* 10^{-4}

Les résultats d'une enquête concernant les véhicules circulant en France montrent que :

- 88 % des véhicules contrôlés ont des freins en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins en bon état, 92 % ont un éclairage en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins défectueux, 80 % ont un éclairage en bon état.

On choisit au hasard un des véhicules concernés par l'enquête. Il y a équiprobabilité des choix.
On note F l'événement "*le véhicule contrôlé a des freins en bon état*".
On note E l'événement "*le véhicule contrôlé a un éclairage en bon état*".

$\overline{E}$ et $\overline{F}$ désignent les événements contraires de E et F.

(1) Décrire cette situation à l'aide d'un arbre.

(2) (a) Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(\overline{F})$ de l'événement $\overline{F}$.

(b) Quelle est la probabilité $\mathcal{P}_{\overline{F}}(\overline{E})$, probabilité que l'éclairage ne soit pas en bon état, sachant que les freins ne sont pas en bon état?

(c) Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(E\cap F)$ de l'événement $E\cap F$ est égale à 0,8096.

(d) Quelle est la probabilité pour que le véhicule ait un éclairage en bon état?

(e) Tout conducteur d'un véhicule concerné par l'enquête ayant des freins ou un éclairage défectueux, doit faire réparer son véhicule. Calculer la probabilité pour qu'un conducteur ait des réparations à effectuer sur ses freins ou son éclairage.

E.15 À la ferme "*La ferme de la Poule Pondeuse*", chaque jour, on produit des oeufs de deux tailles différentes :

- 60% des oeufs sont moyens et 40% des oeufs sont gros.

Les oeufs sont classés en deux catégories : ceux de qualité ordinaire et ceux de qualité supérieure.

On a remarqué que :

- 50 % des oeufs moyens sont de qualité ordinaire,
- 20% des gros oeufs sont de qualité ordinaire

On choisit un oeuf au hasard. Le choix au hasard d'un oeuf dans la production du jour signifie qu'on se place dans un modèle avec équiprobabilité.

On définit les événements suivants :

- M : "*l'oeuf est moyen*"
- G : "*l'oeuf est gros*"
- O : "*l'oeuf est de qualité ordinaire*"
- S : "*l'oeuf est de qualité supérieure*"

(1) Donner les probabilités suivantes :

  - $P(G)$: probabilité que l'oeuf soit gros,
  - $P_G(S)$: probabilité que l'oeuf soit de qualité supérieure sachant qu'il est gros.

(2) Démontrer que la probabilité de prendre un oeuf gros et de qualité supérieure est égale à 0,32.

(3) Calculer la probabilité $\mathcal{P}(M \cap S)$ que l'oeuf soit moyen et de qualité supérieure, puis la probabilité $P(S)$ de l'événement S.

E.16 Une chaîne de fabrication produit des rasoirs jetables en très grand nombre.

À la sortie de la chaîne, chaque rasoir subit un test de contrôle par un automate.

L'automate rejette les rasoirs présentant un défaut. Il arrive cependant que le test ne décèle pas un défaut et laisse passer le rasoir, ou au contraire rejette un rasoir qui ne présente aucun défaut.

Une étude statistique fait sur un très grand nombre de rasoirs a en fait montré que :

- lorsque le rasoir est correctement fabriqué, le test confirme cela et accepte l'objet dans 998 cas sur 1000.
- si le rasoir a un défaut de fabrication, le test détecte ce défaut et rejette le rasoir dans 985 cas sur 1000.
- sur 1000 rasoirs fabriqués, 980 n'ont aucun défaut.

On choisit un rasoir au hasard.
On note dans la suite :

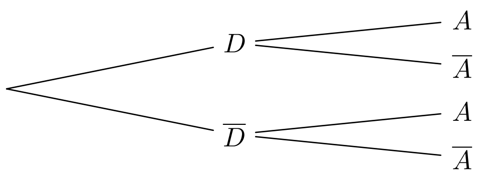
- D : l'événement "*le rasoir n'a pas de défaut de fabrication*",
- $\overline{D}$: l'événement contraire de D,
- A : l'événement "*le test accepte le rasoir*"
- $\overline{A}$: l'événement contraire de A

(1) Décrire chacun des événements suivant par une phrase :

$\overline{D} \cap A$; $\overline{D} \cap \overline{A}$; $D \cap A$, $D \cap \overline{A}$

(2) À l'aide de l'énoncé, donner les probabilités suivantes :
  - $\mathcal{P}_D(A)$ *(probabilité de A sachant que D est réalisé)*
  - $\mathcal{P}_{\overline{D}}(\overline{A})$

(3) (a) Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant en faisant figurer les résultats exacts



(b) Quelle est la probabilité qu'un rasoir soit accepté après le test de contrôle? Donner l'arrondi avec une précision de 10^{-4}.

E.17 Un maraîcher est spécialisé dans la production de fraises.

Le maraîcher produit ses fraises dans deux serres notées A et B : 55 % des fleurs de fraisier se trouvent dans la serre A, et 45 % dans la serre B. Dans la serre A, la probabilité pour chaque fleur de donner un fruit est égale à 0,88 ; dans la serre B, elle est égale à 0,84.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne *sera pas prise en compte.*

Proposition 1 :

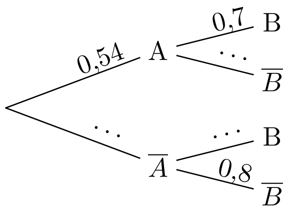
La probabilité qu'une fleur de fraisier, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit est égale à 0,862.

Proposition 2 :

On constate qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit. La probabilité qu'elle soit située dans la serre A, arrondie au millième est égale à 0,439.

E.18

Dans un espace probabilisé, on considère deux événements A et B. Voici un arbre de probabilité réalisé avec ces deux événements :



1. Compléter l'arbre de probabilité représentant cette expérience aléatoire.

2. Justifier chacune des valeurs suivantes *(arrondies au millième près)* :

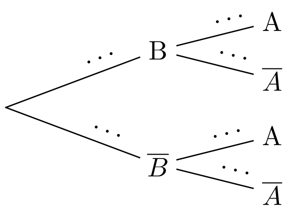
   a. $\mathcal{P}(A\cap B) = 0{,}378$ b. $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B) = 0{,}092$

   c. $\mathcal{P}(B) = 0{,}47$ d. $\mathcal{P}_B(A) \approx 0{,}804$

3. Déterminer les probabilités suivantes :

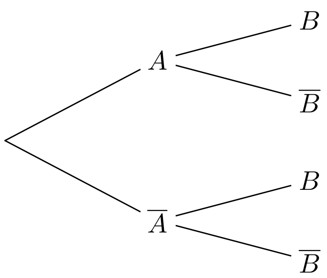
   a. $\mathcal{P}(A\cap\overline{B})$ d. $\mathcal{P}(\overline{B})$ f. $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A)$

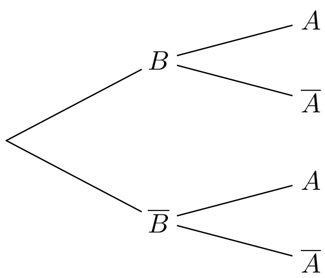
4. Construire l'arbre de probabilité ci-contre en le complétant avec les valeurs des probabilités arrondies au millième :



E.19 Dans un espace probabilisé, on considère deux événements A et B. On connait les probabilités suivantes :

$\mathcal{P}(A) = 0{,}3$; $\mathcal{P}_A(B) = 0{,}8$; $\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}6$





Compléter, si nécessaire avec des valeurs arrondies au centième près, les deux arbres de probabilité ci-dessus.

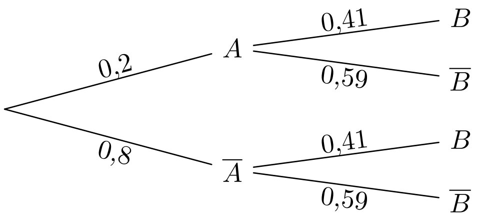
E.20 Dans une classe de 30 élèves sont formés un club dessin et un club théatre. Le club dessin est composé de 10 membres, le club théatre de 6 membres. Il y a deux élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.

On interroge un élève de la classe pris au hasard.
On appelle :

- D l'évèment : "*L'élève fait partie du club dessin*" ;
- T l'évènement : "*L'élève fait partie du club théatre*".

Montrer que les évènements D et T sont indépendants.

E.21 Dans une expérience aléatoire, on considère deux événements A et B permettant de construire l'arbre de probabilité :



(1) Déterminer la probabilité de l'événement B.

(2) Établir que les événements A et B sont indépendants.

E.22 Un jardinier a à sa disposition un sac rempli de 1000 bulbes de tulipes. Parmi ceux-ci :

- 60 % sont des bulbes de tulipe jaune ;
- 25 % sont des bulbes de tulipe rouge ;
- le reste est constitué de bulbes de tulipe noire.

Par ailleurs :

- 28 % de la totalité de ces bulbes ne fleuriront pas ;
- 80 % des bulbes de tulipe jaune fleuriront ;
- 60 bulbes de tulipe noire ne fleuriront pas.

Partie A

Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront				
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas				
Total				1 000

Partie B

Le jardinier tire dans son sac un bulbe au hasard. On note :

- F l'événement : "*Le bulbe fleurira* " ;
- J : "*Le bulbe est celui d'une tulipe jaune*" ;
- R : "*Le bulbe est celui d'une tulipe rouge*" ;
- N : "*Le bulbe est celui d'une tulipe noire*".

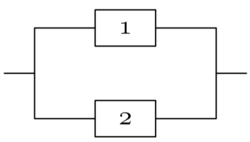
(1) Déterminer les probabilités des événements suivants :
$J \cap F$, J, F, $J \cup F$.

(2) Les événements J et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

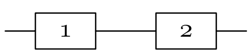
E.23 Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'événement "*le composant* 1 *est défaillant avant un an*" et on note D_2 l'événement "*le composant* 2 *est défaillant avant un an*".

On suppose que les deux événements D_1 et D_2 sont indépendants et que : $\mathcal{P}(D_1) = \mathcal{P}(D_2) = 0{,}39$

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :

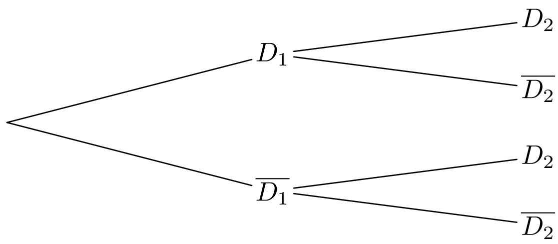


Circuit en parallèle A



Circuit en série B

(1) Compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2 a Lorsque les deux composants sont montés "*en parallèle*", le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.

b Lorsque les deux composants sont montés "*en série*", le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

E.24 Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres.
Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par a et b.

2 % des montres fabriquées présentent le défaut a et 10 % le défaut b.

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les événements suivants :

- A : "*La montre tirée présente le défaut a*" ;
- B : "*La montre tirée présente le défaut b*" ;
- C : "*La montre tirée ne présente aucun des deux défauts*" ;
- D : "*La montre tirée présente un et un seul des deux défauts*".

On suppose que les événements A et B sont indépendants.

1 Montrer que la probabilité de l'événement C est égale à 0,882.

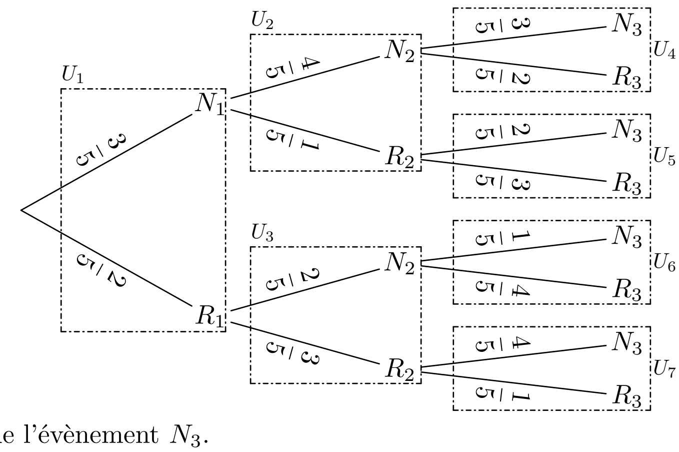
2 Calculer la probabilité de l'événement D.

E.25 On considère trois urnes qui contiennent chacune des boules noires et rouges.

Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de chaque urne. Pour tout $i \in \{1;2;3\}$, on considère les évènements suivants :

- N_i : "*on tire une boule noire de l'urne U_i*" ;
- R_i : "*on tire une boule rouge de l'urne U_i*".

On considère l'arbre de probabilité suivant :



1 Déterminer la probabilité de l'évènement N_3.

2 Les évènements N_1 et N_3 sont-ils indépendants?

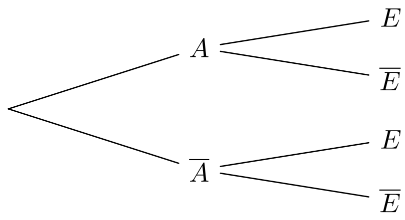
E.26 Une entreprise de chocolaterie possède deux chaines de fabrication. Sur la chaîne C_1, 2 % des plaquettes de chocolat ont un défaut sur leur emballage alors que sur la chaîne C_2, 5 % des plaquettes de chocolat ont un défaut sur leur emballage.
À la fin de la journée, le contrôleur tire une plaquette de chocolat au hasard dans le stock produit au cours de la journée.

On note les événements :

- A : "*la plaquette de chocolat a été produit sur la chaîne 1*"
- E : "*la plaquette de chocolat présente un défaut d'emballage*"

et on note x la probabilité de tirer une plaquette de chocolat issue de la chaîne C_1.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



2. Sachant que le contrôleur a une probabilité de 0,97 de tirer une plaquette de chocolat sans défaut d'emballage, déterminer la probabilité de l'événement A.