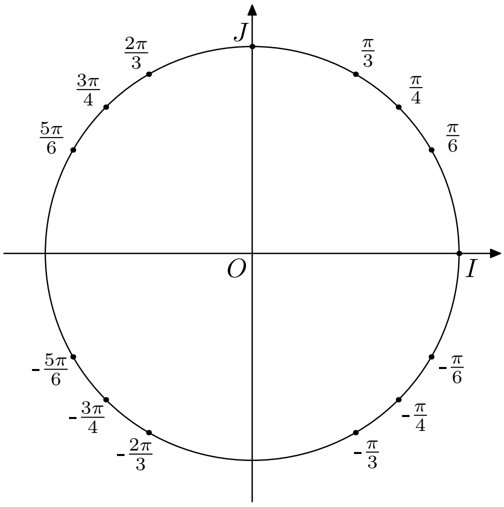
Première Spécialité - Chapitre 10

E.1 On munit le plan d'un repère orthonormé $\left(O\,;I\,;J\right)$ et on considère le cercle trigonométrique ci-dessous :



où sont représentés les points M du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)$ est un angle remarquable.

Donner la valeur exacte des rapports ci-dessous :

a) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ c) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ d) $\cos\left(\pi\right)$

e) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f) $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ g) $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ h) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

E.2

1) Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

a) $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ b) $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ c) $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

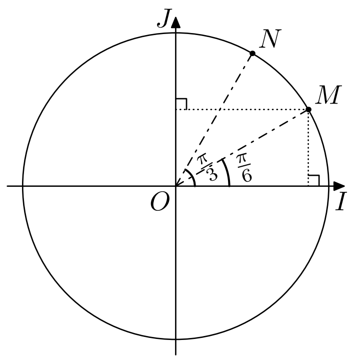
d) $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$ e) $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f) $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2) Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

E.3 On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$

1) a) Déterminer les coordonnées cartésiennes du point M.

b) Placer le point M' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point M'. Puis, donner l'angle repérant le point M' dans le cercle $\mathscr{C}$.



c) Placer le point M'' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point M''. Puis, donner l'angle repérant le point M'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

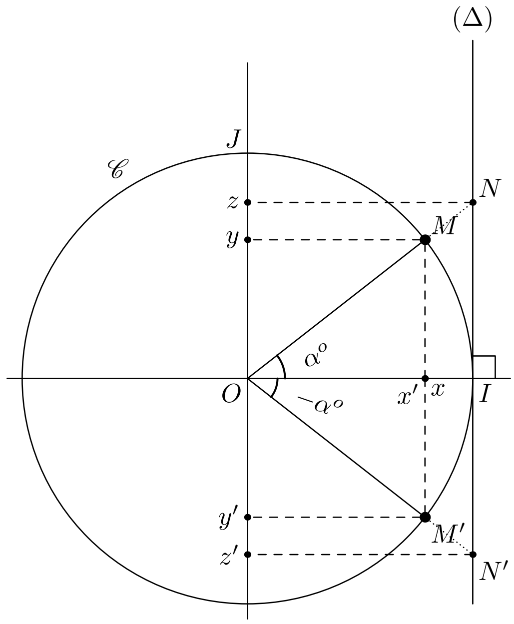
2) a) Déterminer les coordonnées cartésiennes du point N.

b) Placer le point N' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point N'. Puis, donner l'angle repérant le point N' dans le cercle $\mathscr{C}$.

c) Placer le point N'' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point N''. Puis, donner l'angle repérant le point N'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

E.4 Sur le cercle trigonométrique, on repère le point M et M' relativement à partir des $\widehat{IOM}$ et $\widehat{IOM'}$ qu'ils forment à partir de l'axe des abscisses.

1. Comparer : $\cos\alpha$ et $\cos(-\alpha)$.
2. Comparer : $\sin\alpha$ et $\sin(-\alpha)$.
3. Comparer : $\tan\alpha$ et $\tan(-\alpha)$.



E.5

Formule des angles associés

- $\cos(-x) = \cos x$
- $\cos(\pi+x) = -\cos x$
- $\cos(\pi-x) = -\cos x$
- $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x$
- $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$
- $\sin(-x) = -\sin x$
- $\sin(\pi+x) = -\sin x$
- $\sin(\pi-x) = \sin x$
- $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) = \cos x$
- $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$

Simplifier chacune des expressions suivantes :

a. $\cos\left(x-\pi\right)$
b. $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$
c. $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$
d. $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

E.6

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

a. $\sin\left(3\pi+x\right)$
b. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-x\right)$
c. $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$
d. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$

E.7

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

a. $\sin\left(\pi-x\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$
b. $3\cdot\sin\left(\pi+x\right) - 2\cdot\sin\left(\pi-x\right) + 4\cdot\sin\left(x-\pi\right)$

E.8

1. On donne la valeur exacte : $\cos\dfrac{\pi}{8} = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

   a. En utilisant la formule $\left(\cos x\right)^2+\left(\sin x\right)^2=1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\dfrac{\pi}{8}$.

(b) En déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{5\pi}{8}$ en justifiant votre démarche.

(c) Établir l'égalité : $\tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

(2) On considère l'expression suivante :

$$A = \cos\frac{9\pi}{8} - 3\cdot\sin\frac{5\pi}{8} + 2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de A en fonction des rapports trigonométriques de l'angle $\dfrac{\pi}{8}$.

E.9

Étudier la parité des fonctions ci-dessous :

(a) $f(x) = \big(x-1\big)\cdot\big(x+1\big)$

(b) $g(x) = 3x^3 - 2x$

(c) $h(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$

(d) $j(x) = \cos\big(3\cdot x^3\big)$