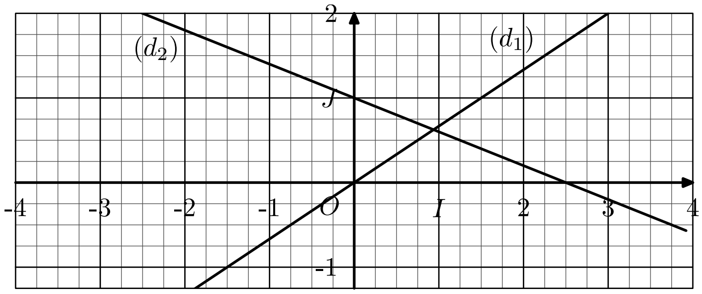
# Première Spécialité - Chapitre 3

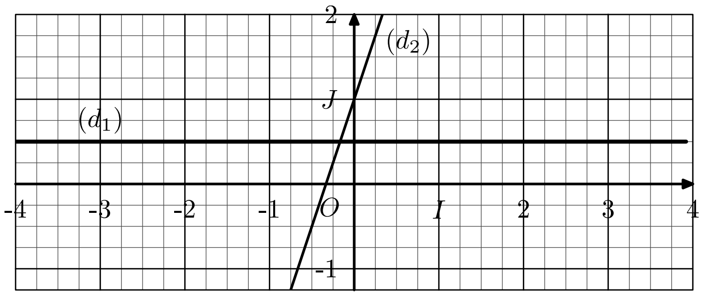
**E.1**

**Proposition :** soit $f$ une fonction affine dont la courbe représentative passe par les deux points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$. Le coefficient directeur $m$ de la fonction $f$ a pour valeur : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Déterminer les coefficients directeurs des droites $(d_1)$ et $(d_2)$ représentées ci-dessous :



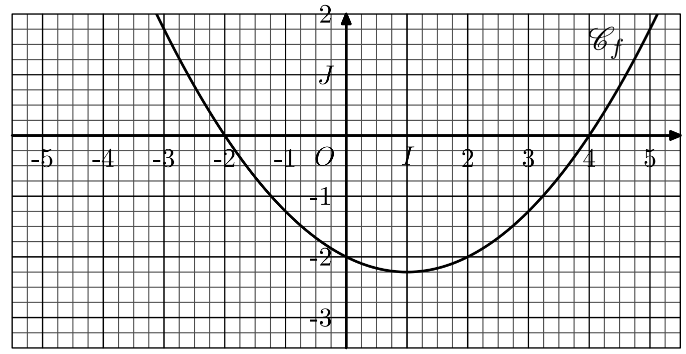

**E.2** Déterminer les coefficients directeurs des droites $(d_1)$ et $(d_2)$ représentées ci-dessous :




**E.3** On considère la fonction $f$ définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{1}{4}\cdot x^2 - \frac{1}{2}\cdot x - 2$$

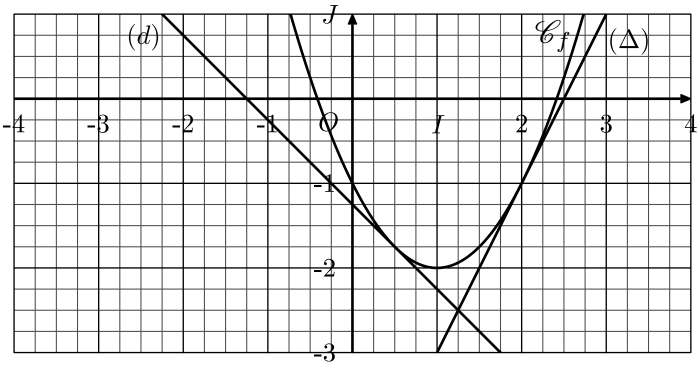
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ :




1. a. Effectuer le tracé de la droite $(d)$ dont l'équation est :
$$y = \frac{1}{2}\cdot x - 3$$
   b. Effectuer le tracé de la droite $(\Delta)$ dont l'équation est :
$$y = -\frac{3}{2}\cdot x - 3$$
2. Quelle particularité possède les droites $(d)$ et $(\Delta)$ relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$ ?

**E.4** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f(x) = x^2 - 2\cdot x - 1$$

On munit le plan d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé. On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de $f$.




On note respectivement $(d)$ et $(\Delta)$ les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ et 2.

(1) Déterminer les coordonnées des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant respectivement $\dfrac{1}{2}$ et 2 pour abscisse.

(2) (a) Graphiquement, donner l'équation réduite de la droite $(d)$.

(b) Déterminer l'équation réduite de la droite $(\Delta)$.

E.5

**Définition :** Soit $f$ une fonction définie sur un intervalle $I$ et $a$ un nombre appartenant à $I$. On dit que la fonction $f$ est **dérivable en $a$** si la limite suivante existe :

$$\lim_{\substack{h\mapsto 0\\ h\neq 0}} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Alors cette limite s'appelle le **nombre dérivé en $a$ de la fonction $f$** et on le note $\boldsymbol{f'(a)}$.

On considère la fonction $f$ définie par :

$f : x \longmapsto 3{\cdot}x^2 - 2x$

(1) Pour tout $h\in\mathbb{R}$, établir l'identité :

$f(2+h) = 3{\cdot}h^2 + 10{\cdot}h + 8$

(2) (a) Établir que : $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 10$

(b) Donner la valeur de $f'(2)$.

E.6 On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = x^2 - 3{\cdot}x + 1$

(1) Soit $h$ un nombre réel non-nul. Montrer que :

$\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = h+1.$

(2) En déduire la valeur de $f'(2)$

E.7 On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = x^2 + 3{\cdot}x + 1$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction $f$ en $-1$.

E.8 On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par :

$f(x) = \dfrac{2{\cdot}x+1}{x+2}$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction $f$ pour $x=1$.

E.9 On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$f(x) = x{\cdot}\sqrt{x}$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction $f$ en 4.

E.10 On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :

$f(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$

1. Établir que pour tout entier $h$ tel que $h+1 \neq 0$, on a :
$\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h} = -\dfrac{1}{h+2}$

2. En déduit le nombre dérivé de la fonction $f$ en 1.

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.11**

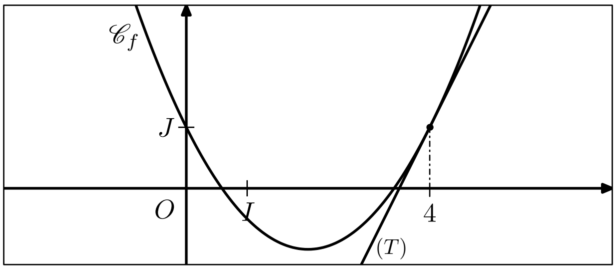
**Proposition :** *(admis)* Soit $f$ une fonction définie sur un intervalle $I$ et dérivable en $a \in I$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère.
La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente au point d'abscisse $a$ et cette tangente a pour coefficient directeur le nombre $f'(a)$.

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f : x \longmapsto \dfrac{1}{2} \cdot x^2 - 2 \cdot x + 1$

1. a. Montrer que, pour tout $h \in \mathbb{R}$, on a :
$f(4+h) - f(4) = \dfrac{1}{2} \cdot h^2 + 2 \cdot h$

   b. Déterminer la valeur de la limite : $\displaystyle\lim_{h \mapsto 0} \dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}$

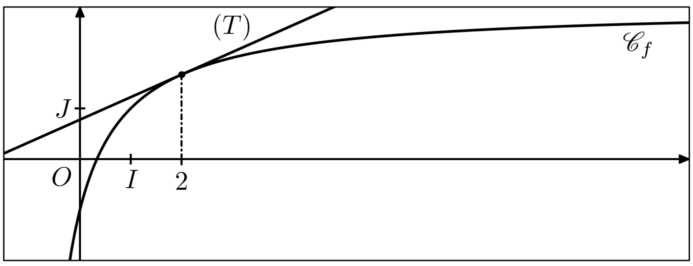
2. Dans le plan muni d'un repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, sont tracées la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ et la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4 :




Donner le coefficient directeur de la tangente $(T)$.

**E.12** On considère la fonction $f$ définie sur $]-1 ; +\infty[$ par :
$f(x) = \dfrac{3 \cdot x - 1}{x+1}$

Dans le plan muni du repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, sont représentées la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ et la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.



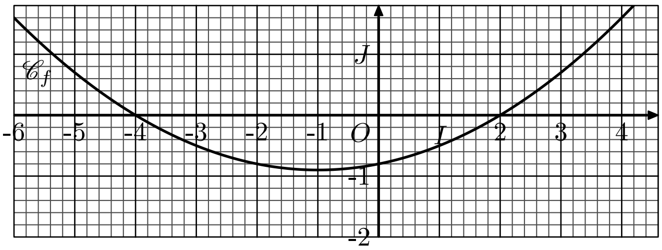

1. Pour tout $h \in [-1 ; 1]$, établir l'identité :
$\dfrac{f(2+h)-f((2)}{h} = \dfrac{4}{3 \cdot (h+3)}$

2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente $(T)$.

**E.13**

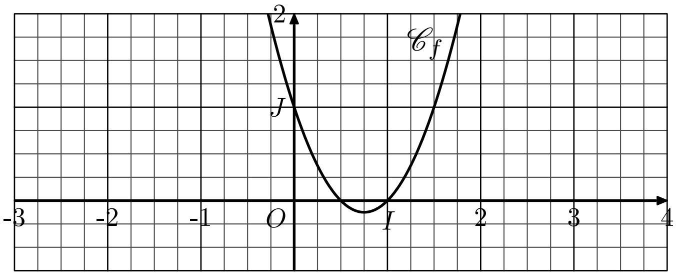
**Proposition :** soit $f$ une fonction définie sur un intervalle $I$ et dérivable en $a \in I$.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $a$ a pour équation réduite :
$$y = f'(a)\cdot(x-a) + f(a)$$

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 0{,}1\cdot x^2 + 0{,}2\cdot x - 0{,}8$$
On donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous :




1. a. Pour tout $h \in \mathbb{R}$, établir l'identité :
$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 0{,}1\cdot h + 0{,}6$$
   b. En déduire le nombre dérivé de la fonction $f$ en 2.
2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
   b. Tracer la tangente $(T)$ dans le repère ci-dessus.

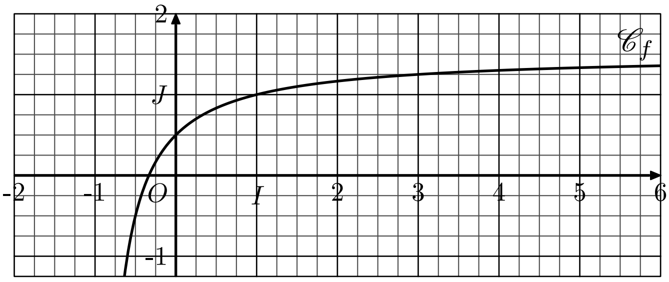
**E.14** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 2\cdot x^2 - 3\cdot x + 1$$
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous




1. Établir que : $f'(1) = 1$
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.15** On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{3\cdot x+1}{2\cdot x+2}$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ muni d'un repère orthonormé, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$.



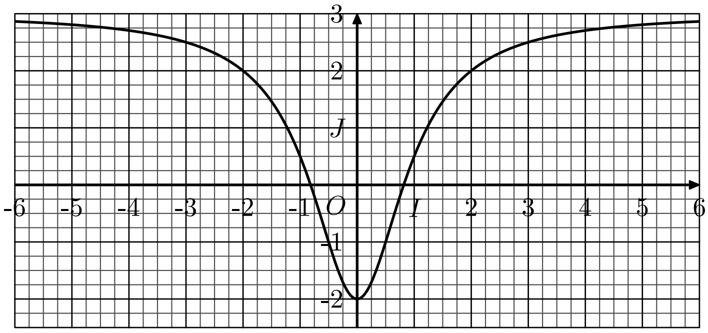

1. Démontrer que : $f'(1) = \dfrac{1}{4}$
2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer la tangente $(T)$ dans le repère ci-dessous.

**E.16** Soit $f$ la fonction dont l'image d'un nombre réel $x$ est définie par la relation : $f(x) = \dfrac{3\cdot x^2 - 2}{x^2+1}$

1. a. Pour tout nombre réel $h$ non-nul, établir l'égalité :
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{5\cdot h + 10}{2\cdot h^2 + 4\cdot h + 4}$$

(b) En déduire la valeur du nombre dérivée $f'(1)$ de la fonction $f$ en 1.

(2) On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ et on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.

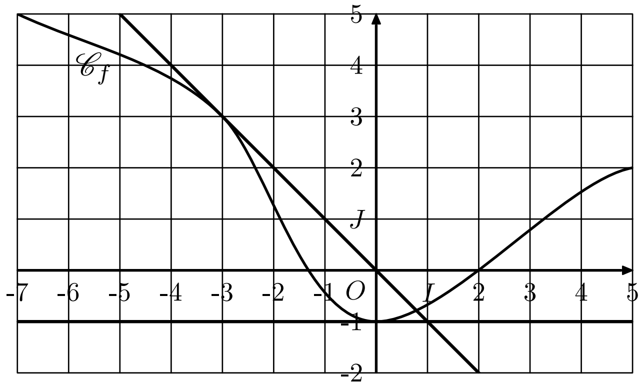


(a) Déterminer l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

(b) Tracer la tangente $(T)$ dans le repère.

(3) Déterminer les coordonnées des différents points d'intersection de $(T)$ et de $\mathscr{C}_f$.

**E.17** La représentation graphique d'une fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses $-3$ et 0.




Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

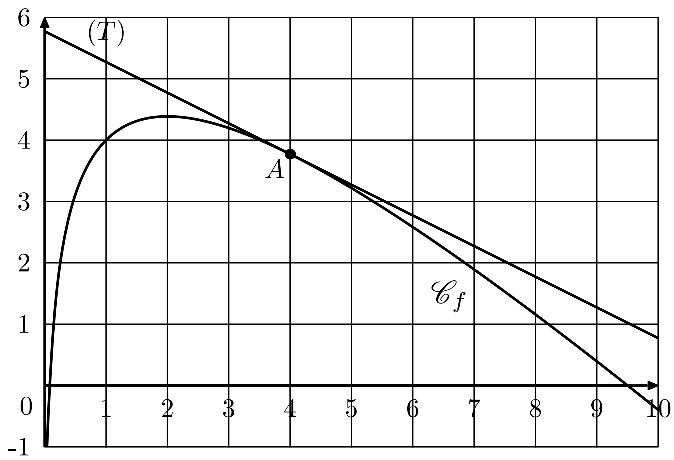
(a) Le nombre dérivé de $f$ en 0 vaut $-1$ ;

(b) Le nombre dérivé de $f$ en $-1$ vaut 0 ;

(c) Le nombre dérivé de $f$ en $-3$ vaut $-1$ ;

(d) Le nombre dérivé de $f$ en $-3$ vaut 3.

**E.18** On considère une fonction $f$ définie pour tout réel $x$ strictement positif et dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction $f$, ainsi que $T$, la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A$ d'abscisse 4 sont représentées ci-dessous :




Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est exacte?

Sur l'intervalle $\left]0\,;10\right]$, le nombre dérivé de la fonction $f$ prend la valeur 0 :

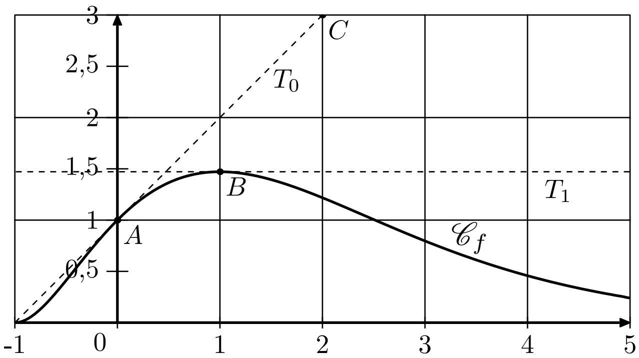
a) Aucune fois b) Une fois

c) Deux fois d) Plus de deux fois

E.19

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte 0,75 point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Dans un repère orthonormé du plan, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\,;5]$.
On note $f'$ la fonction dérivée de $f$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $A(0\,;1)$ et par le point $B$ d'abscisse 1.
La tangente $T_0$ à la courbe au point $A$ passe par le point $C(2\,;3)$ et la tangente $T_1$ au point $B$ est parallèle à l'axe des abscisses.




1) La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction $f$ en 1 est :

a) 0 b) 1 c) 1,6 d) autre réponse

2) La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction $f$ en 0 est :

a) 0 b) 1 c) 1,6 d) autre réponse

3) La valeur exacte de $f(1)$ est :

a) 0 b) 1 c) 1,6 d) autre réponse